110　ポリプロピレン樹脂の射出成形加工における対角化分割法を用いた流動解析

室蘭工業大学　○津川　大輔　横内　弘宇

要　旨

金型内の樹脂充填行程における樹脂流動挙動を数値解析する．樹脂の前進過程に応じて得られる刻々拡大する充填領域に対し温度分布に基づいて領域を数個のサブエリアに分割し，それぞれの代表温度に対応する粘性係数を与え，対角化分割法による有限要素法解析を試みた．これにより，温度分布を考慮してメルトフロントの前進過程，及び，ウェルドライン発生位置を明らかにする解析シミュレーションを確立しようとするものである．

1．緒　言

射出成形において，金型内に射出された溶融樹脂の流動挙動の可視化は，金型製作時間の短縮や製品品質の向上に大きな影響を与える．そこで，非圧縮性流体流れの問題と非定常熱伝導に関する問題をある刻み時間で交互に繰り返し数値計算することにより，与えられた金型内のメルトフロント前進過程を有限要素法を用いて解析を行ってきた．この場合，ある時間での流体流れの問題においてメルトフロント部を代表温度として温度分布を一様としており，厳密には非等温流れではない．初期充填過程では，このような簡略化は可能であるが充填が進むに従い樹脂は壁面近くから冷却が相当に進行しているので，非等温流れとして解析することが望まれる．本研究では，2次元の非圧縮性流れの問題に温度分布を与えられたとき，金型の充填過程において種類の異なる有限要素を対角化分割法を用いた有限要素法によって解析を行った．

2．解析方法

2．1　支配方程式

充填過程の場合，溶融樹脂は非圧縮性として取り扱えるため，流動挙動を支配する運動方程式は次式で表されるstokes方程式と連続の式である．

$$\frac{\partial p}{\partial x}-\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)=0 \quad \text{-(1)}$$

$$\frac{\partial p}{\partial y}-\mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)=0 \quad \text{-(2)}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \quad \text{-(3)}$$

ここで，x－y平面での流速をu，vとする．また，p，μはそれぞれの圧力，粘度であり，粘度はべき乗則に基づき，

$$\mu=\mu_0\exp(T_0/T)\,\dot{\gamma}^{\,n-1} \quad \text{-(4)}$$

で与えられ，Tは樹脂温度，$\dot{\gamma}$はせん断速度，μ_0，T_0，nはそれぞれ材料定数である．

2．2　対角化分割法とその解法[1]

順次に要素を選び出し，各要素について計算された係数マトリックスを部分マトリックスに分割し，要素を構成する接点の番号に応じて，全体の係数マトリックスの該当箇所にこれらの部分マトリックスを次々に加え合わせる．

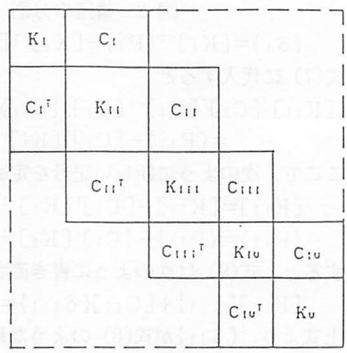

図-1　マトリックスの対角化分割

この場合，分割法を用いているので，ある特定の分割領域については，領域内に存在する接点によって定義される要素についてのみ計算を行う．

全体のマトリックスを分割したときの形を図-1に示す．最初と最後のマトリックスは別として，どのマトリックスも，他の二つのマトリックスにつながっているに過ぎない．この分割が対角化分割法と呼ばれるもので，物理的には分割された単位が図-2に示すように，直列に結合されていることに対応する．

マトリックスは適当に分割され，対角化された形で次のように表される．

$$\begin{bmatrix} K_I & C_I & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ C_I^T & K_{II} & C_{II} & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & C_{II}^T & K_{III} & C_{III} & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & K_{N-1} & C_{N-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & C_{N-1}^T & K_N \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_I \\ \delta_{II} \\ \delta_{III} \\ \cdot \\ \cdot \\ \delta_{N-1} \\ \delta_N \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_I \\ P_{II} \\ P_{III} \\ \cdot \\ \cdot \\ P_{N-1} \\ P_N \end{Bmatrix} \quad \text{-(5)}$$

上付き添え字Tは転置を表す．

最初の二つのマトリックス方程式は次のようになる．

$$[K_I]\{\delta_I\}+[C_I]\{\delta_{II}\}=\{P_I\} \quad \text{-(6)}$$

$$[C_I]^T\{\delta_I\}+[K_{II}]\{\delta_{II}\}+[C_{II}]\{\delta_{III}\}=\{P_{II}\} \quad \text{-(7)}$$

式(6) から$\{\delta_I\}$を求めると，

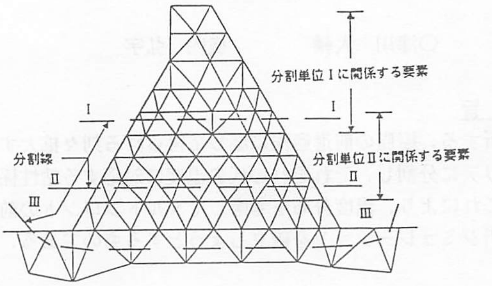

図-2 構造の分割

$$\{\delta_{\mathrm{I}}\}=[K_{\mathrm{I}}]^{-1}\{P_{\mathrm{I}}\}-[K_{\mathrm{I}}]^{-1}[C_{\mathrm{I}}]\{\delta_{\mathrm{II}}\} \quad \text{-(8)}$$

式(7) に代入すると

$$([K_{\mathrm{II}}]-[C_{\mathrm{I}}]^{T}[K_{\mathrm{I}}]^{-1}[C_{\mathrm{I}}])\{\delta_{\mathrm{II}}\}+[C_{\mathrm{II}}]\{\delta_{\mathrm{III}}\}=\{P_{\mathrm{II}}\}-[C_{\mathrm{I}}]^{T}[K_{\mathrm{I}}]^{-1}\{P_{\mathrm{I}}\} \quad \text{-(9)}$$

ここで，次のように新しい記号を定める．

$$[K_{\mathrm{II}}]=[K_{\mathrm{II}}]-[C_{\mathrm{I}}]^{T}[K_{\mathrm{I}}]^{-1}[C_{\mathrm{I}}]$$

$$\{P_{\mathrm{II}}\}=\{P_{\mathrm{II}}\}-\{C_{\mathrm{I}}]^{T}[K_{\mathrm{I}}]^{-1}\{P_{\mathrm{I}}\}$$

すると，式(9) は次のように書き直される．

$$[K_{\mathrm{II}}]\{\delta_{\mathrm{II}}\}+[C_{\mathrm{II}}]\{\delta_{\mathrm{III}}\}=\{P_{\mathrm{II}}\} \quad \text{-(10)}$$

上式より，$\{\delta_{\mathrm{II}}\}$が式(8) のような形で得られ，その結果を次の行の式に代入すれば$[K_{\mathrm{III}}]$や$[P_{\mathrm{III}}]$を求めることができる．このような代入と消去の過程を繰り返し，最後に次の形の方程式が得られる．

$$[K_N]\{\delta_N\}=\{P_N\} \quad \text{-(11)}$$

これを逆変換すれば$\{\delta_N\}$が求められる．

つぎに，過程を逆にたどり，δ_N から始めて順々に求められる未知数の値を式(8) のような形をした方程式に後退代入すれば，全ての未知変数が求められる．

これにより，種類の違う要素及び要素の組合せを必要とする場合にも，容易に解析することができる．

2．3　解析方法

メルトフロント前進位置を解析する際図-3に示すようにメルトフロント部分での速度ベクトルを求めその先端をむすび次のメルトフロントとした．そして，メルトフロント付近の温度を算出し次の充填域の代表温度として計算を行ってきた．しかし，充填初期以外は充填域に温度差が生じ，この手法では厳密な非等温での解析とは言えない．そこで，流れの問題に対して金型壁面からの冷却による温度分布の寄与を考慮するために次のような方法で解析を行った．

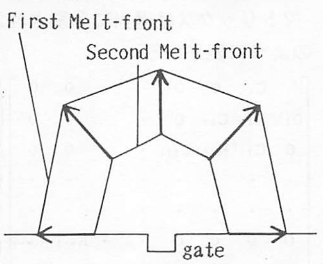

図-3 Melt-front解析モデル

例題として，図-4のように充填後期のモデルを考える．この時，金型壁面からの冷却によって充填域に温度差が生じているため一定の範囲の温度領域に分割する．個々の分割領域のそれぞれに代表樹脂温度を決定し，それに対応した粘性係数を与える．領域分割線によって貫かれた要素は，分割域Ⅰに含まれる場合はⅠの性質，Ⅱに含まれる場合はⅡの性質をもつとして計算が進められる．このようにした上で，上述の対角化分割法を用いることが可能になる．つまり，分割単位Ⅰ，Ⅱ，Ⅲについてそれぞれの係数マトリックスを求め，式(5) のように対角化する．これに，式(6) から式(11)に示されるような前進消去と，後退代入を行いメルトフロント部分の流速を求める．ここで，接点や要素は番号順に順序よく並べる必要がある．そして，得られた速度ベクトルの先端を結び次のメルトフロントとする．また，ベクトルが交わる場合は合成ベクトル，金型壁面を貫くときは反射ベクトルとの合成ベクトルとする．

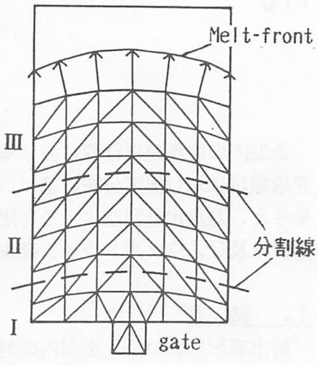

図-4 解析モデル

3．　解析結果

射出圧力を一定として，充填領域に温度分布を与えたときのメルトフロント前進位置の解析例を図-5に示す．1秒毎のメルトフロント前進位置を示している．全体的に壁面で遅れが生じる傾向があるが，樹脂の充填の様相がよくわかる．この結果により，この計算手法が一般的な問題に対しても有効であることが確認された．

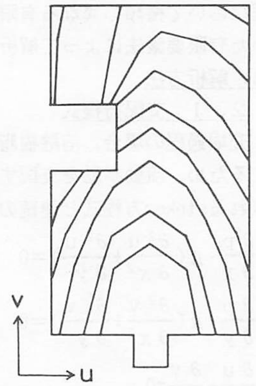

図-5 メルトフロント前進課程

4．　結　言

射出成形において，金型の冷却による樹脂温度分布を考慮するため対角化分割法を用いた非定常流動挙動の有限要素法による解析手法を確立した．

[参考文献] 1) O.C.Zienkiewicz,Y.K.Cheung, THE FINITE ELEMENT METHOD IN STRUCTURAL AND CONTINUUM MECHANICS,1967,P249-257.