

北海道大学工学部 ○石沢 浩史 田中 文基 岸浪 建史
函館工業高等専門学校 山田 誠

1.はじめに

工作機械の精度は、機械製造工業において高精度加工の必要性に伴い重要な問題となっている。すなわち、工作機械による加工プロセスの誤差要因がどのような形で加工形状に現れてくるかを明かにするために、加工精度の一般的解法の構築が必要とされる。

本報では、V.T.Portmanらの理論¹⁾に基づき、(1)3軸フライス盤の形状創成機能モデルの構築を行う。(2)加工プロセスの誤差要因を考慮した加工形状モデルを作成する。(3)誤差が加工形状に及ぼす影響を明らかにする。

2.工作機械の形状創成モデルの構築

2-1.モデル化の概要

V.T.Portmanらの理論に基づく工作機械の形状創成機能モデルの構築の手順をfig.1に示す。

工作機械の形状創成システムより、工作機械の構造を特徴付けるcoordinate codeを作成する。このcodeを基に加工物座標系における工具中心の軌跡である形状創成関数を決定する。そこに工具形状を与えることにより、加工運動を表す形状創成システムモデルが構築され、さらに加工の際に生じる変数間の拘束を加えることにより、公称の加工面を表す公称加工形状モデルが構築される。また、形状創成関数に各構成要素間の誤差要因及び工具形状を加えることにより誤差モデルが構築される。さらに、誤差モデルと形状創成システムモデルとの和に拘束を加えることにより実加工形状モデルが構築される。

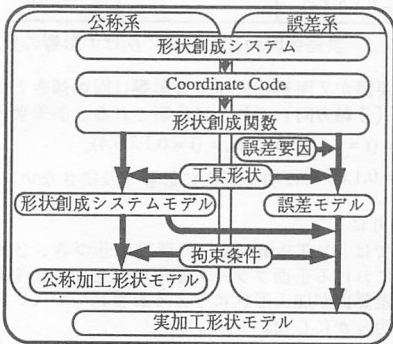


fig.1 工作機械の形状創成機能のモデル化の手順

2-2.形状創成システム(FS)

FSとは、Bed、工具、加工物を含む構成要素からなり、加工物座標系に対する工具中心の軌跡を各構成要素間の相対運動のつながりとして与えるようなシステムをいう。

2-3.coordinate codeと形状創成関数

FSの各構成要素に座標系 S_i を考えたとき、 S_{i-1} と S_i との相対運動を k_i で表したN桁の数列をcoordinate codeと呼び、以下の式で与えられる。

$$k = k_1 k_2 \dots k_N \quad \dots(1)$$

N :相対運動を行っている構成要素の数

要素 $k_i(i=1,2,\dots,N)$ には、以下の数字を与える。

- $k_i = 1,2,3$ (X-軸,Y-軸,Z軸方向の並進運動)
- 4,5,6 (X-軸,Y-軸,Z-軸廻りの回転運動)

この k を基に、Table.1に示される座標変換マトリクス A^{k_i} を掛け合わせるにより得られる加工物座標系 S_0 における工具中心の軌跡を表すベクトル r_0 を形状創成関数と呼ぶ。

$$r_0 = A_{0,N} r_N \quad \dots(2) \quad A_{0,N} = \prod_{i=1}^N A^{k_i}_{i,i} = A^{k_1}_{0,1} A^{k_2}_{1,2} \dots A^{k_N}_{N-1,N}$$

ここで、 r_N は工具形状を表すベクトルである。

	X-軸	Y-軸	Z-軸
並進運動	$A^1(x)$	$A^2(y)$	$A^3(z)$
回転運動	$A^4(\varphi)$	$A^5(\phi)$	$A^6(\theta)$

Table.1 座標変換マトリクス

2-4.工具形状

工具形状を表すベクトルは次式で与えられる。

$$r_N = A r e^4 \quad e^4 = [0 \ 0 \ 0 \ 1]^T \quad \dots(3)$$

ここで、 e^4 は工具座標系の原点を表すベクトルである。また、マトリクス A は工具形状により点切刃工具(変数なし)； E 、線切刃工具(1変数)； $A_T(u)$ 、面切刃工具(2変数)； $A_T(u,v)$ で表すことができる。

2-5.形状創成システム(FS)モデルと変数間の拘束

(2)式の形状創成関数に(3)式の工具形状ベクトルを導入することにより、形状創成システムモデルと呼ばれる工作機械の形状創成機能が次式で表現される。

$$r_0 = A_{0,N} A r e^4 = A_{0,N+m} e^4 \quad \dots(4)$$

(4)式は、各々のマトリクスに含まれる $N+m$ 個の変数 $q_i(i=1,2,\dots,N+m)$ が含まれている。

$$r_0 = A_{0,N+m} e^4 = r_0(q_1, q_2, \dots, q_{N+m}) \quad \dots(5)$$

ここで、 N ：相対運動を行っている構成要素の数

m ：工具形状を表す変数の数

2個の独立変数 u, v で加工面形状を表すために、(5)式の $N+m$ 個の変数間に $N+m-2$ 個の拘束を与える。拘束には以下の3つの種類がある。

a) enveloping constraint

工具表面の法線ベクトルと運動方向の直交性を意味する変数間の拘束をenveloping constraintと呼ぶ。この拘束は次式で表される。

$$\left(\frac{\partial r_0}{\partial q_i} \times \frac{\partial r_0}{\partial q_j} \right) \cdot \frac{\partial r_0}{\partial q_k} = 0 \quad \dots(6)$$

$$\left(\frac{\partial r_0}{\partial q_i} \times \frac{\partial r_0}{\partial q_j} \right) \cdot \frac{\partial r_0}{\partial q_k} = 0 \quad \left(\frac{\partial r_0}{\partial q_i} \times \frac{\partial r_0}{\partial q_j} \right) \cdot \frac{\partial r_0}{\partial q_1} = 0 \quad \dots(7)$$

q_i, q_j ：工具形状を表す変数

q_k, q_1 ：運動している構成要素の位置を表す変数

b) implicit constraint

複数の運動方向の同一直線上又は同一平面上への存在

を意味する変数間の拘束を implicit constraint と呼ぶ。

$$\frac{\partial r_0}{\partial q_i} \times \frac{\partial r_0}{\partial q_j} \equiv 0 \quad \dots(8)$$

$$\left(\frac{\partial r_0}{\partial q_i} \times \frac{\partial r_0}{\partial q_j} \right) \cdot \frac{\partial r_0}{\partial q_k} \equiv 0 \quad \dots(9)$$

(8)式を満たすときは $q = q_i + q_j$ となる拘束が、また(9)式を満たすとき $q_i = f(q, q'), q_j = g(q, q'), q_k = h(q, q')$ となる拘束が与えられる。

c) functional constraint

加工するとき、工具軌跡を表す変数間の関数表現が必要となる。この拘束を functional constraint と呼ぶ。

$$f(q_i, \dots, q_j) = 0 \quad \dots(10)$$

以上の拘束により r_0 は 2 個の独立変数からなる加工面形状を表現する。

$$r_0 = r_0(u, v) \quad \dots(11)$$

2-6. 誤差モデル

各構成要素の座標系 S_i と誤差を考慮した座標系 S_i' のそれぞれの位置ベクトルを r_i, r_i' とすると、誤差ベクトル δr_i は次式となる。

$$\delta r_i = r_i' - r_i = (A_{i-1} - E) r_i = \varepsilon_i r_i \quad \dots(12)$$

ここで、 A_{i-1} は座標系 S_i, S_i' 間の座標変換マトリクスである。また、誤差マトリクス ε_i は各構成要素に弾性変形がないとして、(13)式で表せる。

$$\varepsilon_i = \begin{bmatrix} 0 & -\gamma_i & \beta_i & \delta_{xi} \\ \gamma_i & 0 & -\alpha_i & \delta_{yi} \\ -\beta_i & \alpha_i & 0 & \delta_{zi} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \dots(13)$$

ただし、 $\delta_{xi}, \delta_{yi}, \delta_{zi}, \alpha_i, \beta_i, \gamma_i$ は軸方向微小変位、軸廻り微小角である。

よって、加工面形状の誤差モデル Δr_0 は次式で表される。

$$\Delta r_0 = \sum_{i=0}^N A_{0i} \varepsilon_i A_{iN} r_{iN} \quad \dots(14)$$

(4)式、(14)式より、実加工形状 r が次式で与えられる。

$$r = r_0 + \Delta r_0 \quad \dots(15)$$

3. 適用例

例として、fig.2 に示す 3 軸フライス盤による正面フライスを使用した面加工を取り扱う。各構成要素 S_i は

- S_0 : Workpiece on X-Table
- S_1 : Y-Table
- S_2 : Bed
- S_3 : Head with Spindle
- S_4 : Tool

coordinate code $k = 1236$
これより形状創成関数は

$$r_0 = A^1(x_m) A^2(y_m) A^3(z_m) A^6(\theta) A^1(R) e^4 \quad \dots(16)$$

となる。工具を正面フライス (線切刃工具近似) とすると、工具形状ベクトル r_{iN} は

$$r_{iN} = A^6(\varphi) A^1(R) e^4 = [R \cos \varphi \quad R \sin \varphi \quad 0 \quad 1]^T \quad \dots(17)$$

となる。これを(16)式に代入することにより、次式の FS モデルが得られる。

$$r_0 = A^1(x_m) A^2(y_m) A^3(z_m) A^6(\theta) A^6(\varphi) A^1(R) e^4 = [x_m + R \cos(\theta + \varphi) \quad y_m + R \sin(\theta + \varphi) \quad z_m \quad 1]^T \quad \dots(18)$$

(18)式は 5 個の変数が存在するので、以下に示す変数間の拘束を与える必要がある。

(18)式は implicit constraint を表す(8)式、(9)式を満たす。

$$\frac{\partial r_0}{\partial \theta} \times \frac{\partial r_0}{\partial \varphi} \equiv 0 \quad \left(\frac{\partial r_0}{\partial \phi} \times \frac{\partial r_0}{\partial x_m} \right) \cdot \frac{\partial r_0}{\partial y_m} \equiv 0$$

すなわち、 $\phi = \theta + \varphi, \quad \phi = 0 \quad \dots(19)$

が導出される。また functional constraint より、

$$z_m = f(x_m, y_m) \quad \dots(20)$$

が導出され、これらを(18)式に代入することにより、次式の公称加工形状が得られる。

$$r_0(x_m, y_m) = [x_m \quad y_m \quad f(x_m, y_m) \quad 1]^T \quad \dots(21)$$

また、(14)式より、誤差モデルは次式となる。

$$\Delta r_0 = \varepsilon_0 A^1 A^2 A^3 A^6 r_{iN} + A^1 \varepsilon_1 A^2 A^3 A^6 r_{iN} + A^1 A^2 \varepsilon_2 A^3 A^6 r_{iN} + A^1 A^2 A^3 \varepsilon_3 A^6 r_{iN} + A^1 A^2 A^3 A^6 \varepsilon_4 r_{iN} \quad \dots(22)$$

(18)式、(22)式の和に変数間の拘束を与えることにより、実加工形状 r が得られる。

ここで、誤差要因は 30 個存在する。Z 面加工の場合すなわち(20)式において $z_m = \text{const}$ とした場合、工作機械の誤差要因が加工形状にどのように影響を与えるかを幾何偏差に関して分類したものを Table.2 に示す。

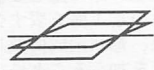

誤差要因	幾何偏差	
$\alpha_i, \alpha_j, \beta_0$	面の傾き	
$\alpha_i (i=2,3,4)$ $\beta_i (i=1,2,3,4)$ $\delta_{zi} (i=0,1,2,3,4)$	面の法線方向ずれ	

Table.2 誤差要因の Z 面形状に及ぼす影響の分類

誤差要因が Z 面形状に与える影響は面の傾きと面の法線方向 (Z 軸方向) ずれとに分類される。誤差要因の中で、 $\gamma_i (i=0,1,2,3,4), \delta_{xi} (i=0,1,2,3,4), \delta_{yi} (i=0,1,2,3,4)$ は加工形状に影響を及ぼさない。

4. おわりに

本報では、V.T.Portmanらの理論に基づき、3 軸フライス盤における正面フライスを用いた Z 面加工を取り上げ、誤差要因が加工形状に与える影響について、以下のことを明らかにした。

- (1) 誤差要因が与える影響は面の傾きと面の法線方向ずれとに分類される。
- (2) 誤差要因の中で、加工形状に影響を及ぼさない誤差要因がある。

5. 参考文献

- 1) V.T.Portman/D.N.Reshetov, Accuracy of Machine Tool
- 2) 山田、田中、岸浪、工作機械の加工運動と加工物形状精度のモデル化について 1990年度精密工学会春季大会論文集
- 3) 同(第2報) 1990年度精密工学会秋季大会論文集
- 4) 山田、石沢、階戸、田中、岸浪、工作機械の形状創成モデルと加工形状モデルに関する研究 1991年度精密工学会春季大会論文集

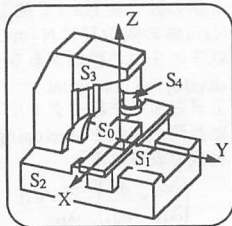


fig.2 3 軸フライス盤