

函館高専 ○山田 誠

北大工学部 石沢 浩史 田中 文基 岸浪 建史

1. 緒言

高精度加工を実現する上で、工作機械の幾何学的誤差を考慮した加工形状を推定するためには、工作機械の数学モデル化が必要である。また、それにより機械の機能的構造が明らかになり、工作機械の静特性に基づく構造及び、加工精度の評価がなされることになる。そのモデル化について、V. T. Portman らによって提唱された工作機械を数学記述する手法を用いて、3軸フライ盤についての工作機械の数学モデル化および、幾何学的誤差を考慮した工作機械のモデル化の順問題について、また、旋盤の形状加工において、加工形状より工作機械に存在する幾何学的誤差を推定する逆問題について、報告してきた。

本研究では、ワイヤー放電加工機を対象とし、その運動系の特徴を捉え、形状創成過程の数学モデルを記述し、それにより加工形状が得られることを検証する。

2. ワイヤー放電加工機の機能的特徴

ワイヤー放電加工法は精密な輪郭加工法として1995年に考案され、その後数値制御装置の発展普及とともに発展してきた。ワイヤー放電加工機の特徴としては、水を加工液として使用しているため、トラブルによる中断があっても、火災や機械破損の発生がなく、夜間の無人運転が可能であることなどの他、

- 1) 電極工具が細線であり、その線径を選択することで加工対象の材料、形状に関係なく、プログラム作成すばすくに加工にはいれる。
- 2) 電極工具がワークに対して傾斜する機能を有しているため、テーノ加工が可能となり、金型の雄型と雌型の同時加工が実現できる。

などの機能的特徴を備えている。本研究で扱うワイヤー放電加工機も、通常の輪郭加工（ワイヤーに対してワークがX-Y軸方向に並進移動）の他にワイヤー工具がワークに対して傾斜する運動、即ち、ワイヤー上ガイドが下ガイドに対してXY軸の並進運動（U-V運動）を行うものを対象とし、それについての数学モデル化を行う。（Fig.1参照）

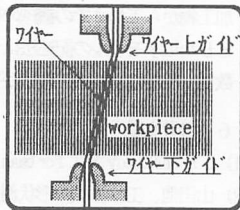


Fig. 1 ワイヤ電極図

3. ワイヤー放電加工機の数学記述

3-1. 構成要素の運動

機械の構造は Fig. 2 に示すものとして、その構成要素間のそれぞれの相対運動は次に示す。

- S<sub>0</sub> : WORKPIECE on X-TABLE  
↓ X軸方向移動
- S<sub>1</sub> : Y-TABLE  
↓ Y軸方向移動
- S<sub>2</sub> : BED  
↓ Z軸移動(上がり)
- S<sub>3</sub> : HED 位置決め  
↓ U-V軸方向移動
- S<sub>4,5</sub> : ワイヤ上がり  
↓ XY軸回転
- S<sub>6</sub> : WIRE

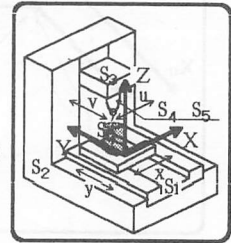


Fig. 2 ワイヤ放電加工機

上に示した機械要素の相対運動より、それぞれの運動をコード化した機械運動を識別するcoordinate-code Kが決る。

$$K = 12312 \dots\dots(1)$$

ここでKの要素k<sub>i</sub>=1,2,3はそれぞれX,Y,Z軸方向の並進運動を、また、k<sub>i</sub>=4,5,6はX,Y,Z軸回りの回転運動を表す。

このコードより形状創成関数r<sub>0</sub>は次式で与えられる。

$$r_0 = A^1(x)A^2(y)A^3(L)A^1(u)A^2(v)r_5 \dots\dots(2)$$

ここでAは添え字で与えられた運動を表すマトリクスを意味し、数字は coordinate-code の要素 k<sub>i</sub> を表す。

3-2. ワイヤー電極工具形状

ワイヤーは細線であり、その表面で放電するため工具の座標系で捉えると、Fig.3に示すような半径Rの円筒工具と考えられるので工具形状r<sub>T</sub>は次式で与えられる。

$$r_T = A^3(-z)A^6(\theta)A^1(R)e^4 \dots\dots(3)$$

ここでe<sup>4</sup>は工具原点を表す。

また、U-V運動系によりワイヤー工具がXY軸回りに回転を加えられ、工具形状が変化するものと考えられるので最終の工具形状r<sub>5</sub>は次式で与えられる。（Fig.4参照）

$$r_5 = A^5(\psi)A^4(-\varphi)A^3(-z)A^6(\theta)A^1(R)e^4 \dots\dots(4)$$

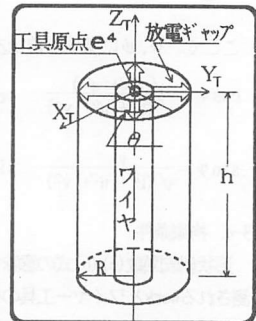


Fig. 3 ワイヤ電極工具形状

### 3-3. 形状創成関数

加工物 → 機械 → 工具 の座標系間の関係を Fig. 4 に示す。<math>\langle O\_0-X\_0, Y\_0, Z\_0 \rangle</math>はwork座標系を<math>\langle O\_T-X\_T, Y\_T, Z\_T \rangle</math>は工具座標系を表す。

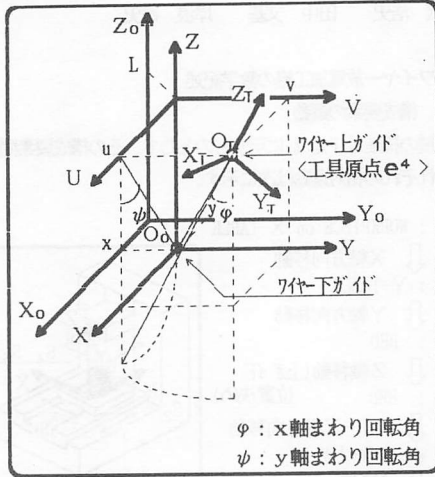


Fig. 4 座標系関係図

形状創成関数は式(2)と(4)より次式で表される。

$$\mathbf{r}_0 = A^1(x) A^2(y) A^3(L) A^1(u) A^2(v) A^5(\psi) A^4(-\varphi) A^3(-z) A^6(\theta) A^1(R) \mathbf{e}^4 \dots (5)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x+u \\ 0 & 1 & 0 & y+v \\ 0 & 0 & 1 & L \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \psi & 0 & \sin \psi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \psi & 0 & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \cos \theta \\ R \sin \theta \\ -z \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} R \cos \psi \cos \theta & -R \sin \psi \sin \theta \sin \varphi & -z \cos \psi \sin \psi & +x+u \\ & R \cos \psi \sin \theta & -z \sin \psi & +y+v \\ -R \sin \psi \cos \theta & -R \sin \psi \cos \psi \sin \theta & -z \cos \psi \cos \psi & +L \\ & & & 1 \end{bmatrix} \dots (6)$$

ここで、 $\varphi$ 、 $\psi$ に関する値は次の値をとる (Fig. 4参照)。

$$\cos \varphi = \frac{\sqrt{(L^2 + u^2)}}{\sqrt{(L^2 + u^2 + v^2)}} \quad \cos \psi = \frac{L}{\sqrt{(L^2 + u^2)}} \dots (7)$$

$$\sin \varphi = \frac{v}{\sqrt{(L^2 + u^2 + v^2)}} \quad \sin \psi = \frac{u}{\sqrt{(L^2 + u^2)}}$$

### 3-4. 拘束条件

形状創成関数(5) (6)式の意味するところはwork座標系で観測されるworkとワイヤー-工具の相対運動である。ワイヤー-工具の切り刃となり得るワイヤ筒形状の表面全体であるが、加工形状を形成してゆくための包絡点となるのは直線と考えられる。即ち、加工形状は種々の線積面となる。この接触点を一意に決定するために、 $x$ 、 $y$ 、 $u$ 、 $v$ の運動に対する関数拘束を、また、その際の接触条件拘束を式(6)に加えなければならない。

### • 関数拘束

$x$ 、 $y$ 、 $u$ 、 $v$ の運動を決定するためには<math>\langle x, y \rangle</math>、<math>\langle u, v \rangle</math>系に関して統一的に取り扱うためにそれぞれパラメータ  $t$  を使用して運動関数を定義することとする。

$$\begin{cases} x = f_1(t); \\ y = f_2(t); \end{cases} \quad \begin{cases} u = g_1(t); \\ v = g_2(t); \end{cases} \quad \dots (8)$$

### • 接触条件拘束

工具表面の法線ベクトルと運動方向ベクトルの直交性を維持するために、次の拘束条件が与えられる。

$$\left( \frac{\partial \mathbf{r}_0}{\partial \theta} \times \frac{\partial \mathbf{r}_0}{\partial z} \right) \cdot \frac{\partial \mathbf{r}_0}{\partial t} = 0 \quad \dots (9)$$

この条件を満足するよう $\theta$ が決定され接触点が定まる。

### 4. CASE-STUDY

<math>\langle x, y \rangle</math>、<math>\langle u, v \rangle</math>それぞれが円軌道、あるいは静止している場合の加工形状をシミュレートした結果を Fig. 5 に示す。

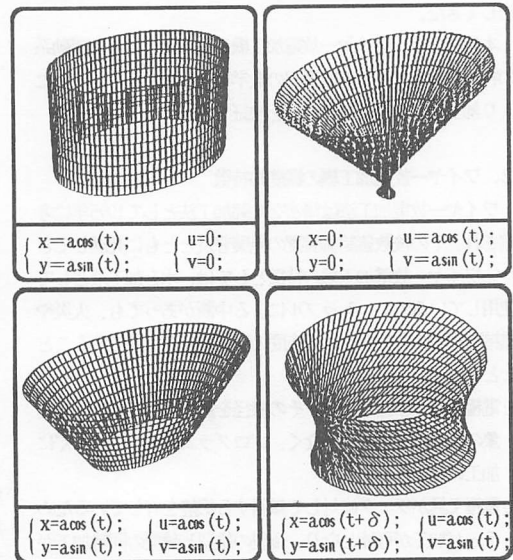


Fig. 5 加工形状のシミュレート図

### 5. 結言

ワイヤー-放電加工機について以下のことを記した。

- 加工物から工具までの機械の構成要素間の相対運動を基本とした数学モデルの記述法について示した。
- 数学モデルにより加工形状が得られることを検証した。

### 6. 参考文献

- 1) D. N. Reshetov V. T. Portman, Accuracy of Machine Tools
- 2) 山田他、工作機械の形状創成運動モデルと加工形状モデルに関する研究 (第1報) 1991年精密工学会春季大会
- 3) 階戸他、同 (第2報) 1991年精密工学会春季大会