

1. はじめに

マシビジョンの目的の一つは、カメラから得られた1枚、もしくは数枚の画像を用いる事により、その画像中の物体の位置、姿勢を求める事である。そしてそれは、幾何モデルを用いる場合、モデルに対する変換マトリクスを求める事とみなすことができる。

本研究では、3次元幾何モデルを用いた物体の位置、姿勢を求めるために、3次元幾何モデルと画像上の物体との対応点が6点以上与えられた場合の変換マトリクスの算出にスクリー理論を適用し、その有効性を検討する。

2. スクリー理論と変換マトリクス

2.1. スクリー理論

剛体の運動を以下のように重心の移動成分と、重心回りの回転成分に分けて考える。

平行移動成分は、重心以外の点でも一定であり、平行移動マトリクスは、

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & u_x \\ 0 & 1 & 0 & u_y \\ 0 & 0 & 1 & u_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \dots(1)$$

と表すことができる。

また回転移動成分は、回転軸方向を $u = [u_1 \ u_2 \ u_3]^T$ と考えると、その時の回転マトリクス $[R]$ は、

$$R = \begin{bmatrix} u_1^2 + \cos \theta (1 - u_1^2) & u_1 u_2 (1 - \cos \theta) & u_3 u_1 (1 - \cos \theta) & 0 \\ u_1 u_2 (1 - \cos \theta) & u_2^2 + \cos \theta (1 - u_2^2) & u_2 u_3 (1 - \cos \theta) & 0 \\ u_3 u_1 (1 - \cos \theta) & u_2 u_3 (1 - \cos \theta) & u_3^2 + \cos \theta (1 - u_3^2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \dots(2)$$

と表すことができる。

このとき座標系は、重心を原点として考える必要があり、ある点を $P = [P_x \ P_y \ P_z]^T$ 、重心を $G = [G_x \ G_y \ G_z]^T$ とすると、その点の変換後の座標値 $Q = [Q_x \ Q_y \ Q_z]^T$ は、式(3)のように表現することができる。

$$\begin{bmatrix} Q_x - G_x \\ Q_y - G_y \\ Q_z - G_z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1^2 + \cos \theta (1 - u_1^2) & u_1 u_2 (1 - \cos \theta) & u_3 u_1 (1 - \cos \theta) & 0 \\ u_1 u_2 (1 - \cos \theta) & u_2^2 + \cos \theta (1 - u_2^2) & u_2 u_3 (1 - \cos \theta) & 0 \\ u_3 u_1 (1 - \cos \theta) & u_2 u_3 (1 - \cos \theta) & u_3^2 + \cos \theta (1 - u_3^2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_x - G_x \\ P_y - G_y \\ P_z - G_z \\ 1 \end{bmatrix} \quad \dots(3)$$

今、式(2)において、回転角である θ が微小であるとすれば、 $\sin \theta \approx \theta$ $\cos \theta \approx 1$ と近似できるので式(3)は、

$$\begin{bmatrix} Q_x - G_x \\ Q_y - G_y \\ Q_z - G_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -u_3 \theta & u_2 \theta \\ u_3 \theta & 1 & -u_1 \theta \\ -u_2 \theta & u_1 \theta & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_x - G_x \\ P_y - G_y \\ P_z - G_z \end{bmatrix} \quad \dots(4)$$

となる。

従って、変位ベクトルの回転成分は変位ベクトルを $\Delta r = [\delta_x \ \delta_y \ \delta_z]^T$ とすると式(5)の様になる。

$$\begin{bmatrix} \delta_x \\ \delta_y \\ \delta_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -u_3 \theta & u_2 \theta \\ u_3 \theta & 0 & -u_1 \theta \\ -u_2 \theta & u_1 \theta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_x - G_x \\ P_y - G_y \\ P_z - G_z \end{bmatrix} = [u_1 \ u_2 \ u_3 \theta]^T \times [P_x - G_x \ P_y - G_y \ P_z - G_z]^T \quad \dots(5)$$

以上をまとめると、変位ベクトルが微小変位である場合には、

$$\Delta r = [u_x \ u_y \ u_z]^T + \theta [u_1 \ u_2 \ u_3]^T \times (P - G) \quad \dots(6)$$

と表すことができる。

2.2. マシビジョンの変換マトリクスへの適用

今、画像の得られた物体のある頂点を V'_s とする。

V'_s はモデルとして蓄えられている物体の点 V_m に、ある変位 δ を与えて得られる点 V'_m を画像に投影したものであると考えられる。(Fig.1参照)

今、モデル上の点 $V_m = [X_m \ Y_m \ Z_m]^T$ がスクリーンに投影される点を $V_s = [X_s \ Y_s]^T$ とする。すると変換は

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1/f & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_m \\ Y_m \\ Z_m \\ 1 \end{bmatrix} \quad \dots(7)$$

と表されるのでスクリーン上の座標値は

$$X_s = X / W$$

$$Y_s = Y / W$$

と表現される。

そして、モデル上の点 V_m が変位 $\delta = [\delta_x \ \delta_y \ \delta_z]^T$ を受けて、 $V'_m = [X'_m \ Y'_m \ Z'_m]^T$ へ移動した場合のスクリー

上の点 $V_s = [X_s \ Y_s \ Z_s]^T$ に投影される場合の変換は、

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1/f & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_m + \delta_x \\ Y_m + \delta_y \\ Z_m + \delta_z \\ 1 \end{bmatrix} \quad \dots(8)$$

であるから、

$$X_s = \frac{X}{W} = \frac{f(X_m + \delta_x)}{f - Z_m - \delta_z}$$

$$Y_s = \frac{Y}{W} = \frac{f(Y_m + \delta_y)}{f - Z_m - \delta_z}$$

となる。

したがって、モデル上の点 V_m が変位 δ を受けて、

V_m へ移動した場合のスクリーン上の変位

$\Delta = [\Delta x \ \Delta y]$ は、

$$\Delta x = X_s - X'_s = \frac{f(f - Z_m)\delta_x + f X_m \delta_z}{(Z_m - f)(Z_m + \delta_z - f)} \quad \dots(9)$$

$$\Delta y = Y_s - Y'_s = \frac{f(f - Z_m)\delta_y + f Y_m \delta_z}{(Z_m - f)(Z_m + \delta_z - f)} \quad \dots(10)$$

となる。

次に、ある点 V_m の変位をスクリー理論を用いてモデル座標系上の原点 A における変位成分とその点回りの回転成分により表し、その2つの成分を用いてスクリーン上の点の変位を表す。原点 A における変位を $\delta A = [\delta A_x \ \delta A_y \ \delta A_z]^T$ 、回転成分を $R = [\alpha \ \beta \ \gamma]^T$ とする。式(6)で、 $[u_1 \ u_2 \ u_3]^T = \delta A$ 、 $\theta [u_x \ u_y \ u_z]^T = R$ と置くことにより、点 V_m の変位 $\delta = [\delta x \ \delta y \ \delta z]^T$ は

$$\delta = \delta A + V_m A \times R \quad \dots(11)$$

で表され、その成分 $\delta x \ \delta y \ \delta z$ は、

$$\delta x = \delta A_x + (A_y - Y_m)\gamma - (A_z - Z_m)\beta \quad \dots(12)$$

$$\delta y = \delta A_y + (A_z - Z_m)\alpha - (A_x - X_m)\gamma \quad \dots(13)$$

$$\delta z = \delta A_z + (A_x - X_m)\beta - (A_y - Y_m)\alpha \quad \dots(14)$$

また、式(9)(10)から次の様になる。

$$(Z_m - f)(\delta z + Z_m - f)\Delta x - f(f - Z_m)\delta x - f X_m \delta z = 0 \quad \dots(15)$$

$$(Z_m - f)(\delta z + Z_m - f)\Delta y - f(f - Z_m)\delta y - f Y_m \delta z = 0 \quad \dots(16)$$

以上の考察から、任意の点 V_{m_k} の変位 δ_k

$= [\delta x_k \ \delta y_k \ \delta z_k]$ は、

$$\delta x_k = \delta A_x + (A_y - Y_{m_k})\gamma - (A_z - Z_{m_k})\beta \quad \dots(12')$$

$$\delta y_k = \delta A_y + (A_z - Z_{m_k})\alpha - (A_x - X_{m_k})\gamma \quad \dots(13')$$

$$\delta z_k = \delta A_z + (A_x - X_{m_k})\beta - (A_y - Y_{m_k})\alpha \quad \dots(14')$$

で表され、次式も得られる。

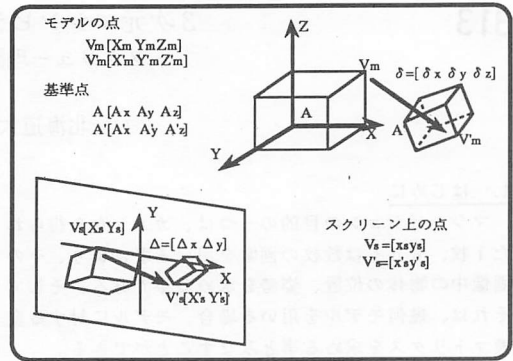
$$(Z_{m_k} - f)(\delta z_k + Z_{m_k} - f)\Delta x_k - f(f - Z_{m_k})\delta x_k - f X_{m_k} \delta z_k = 0 \quad (15')$$

$$(Z_{m_k} - f)(\delta z_k + Z_{m_k} - f)\Delta y_k - f(f - Z_{m_k})\delta y_k - f Y_{m_k} \delta z_k = 0 \quad (16')$$

$k = 1, 2, \dots, n$ (n : 得られた対応点の個数)

最終的に、式(12')から(16')を用いて、既知要素を

$X_{m_k} \ Y_{m_k} \ Z_{m_k} \ A_x \ A_y \ A_z \ \Delta x_k \ \Delta y_k$ として $\delta A_x \ \delta A_y \ \delta A_z \ \alpha \ \beta \ \gamma$ を最小自乗法にもとづき、求めることができる。



【Fig.1 モデルとスクリーンの点の位置関係】

3. シミュレーション

以上の事柄より、計算機上でのシミュレーションを行った。その結果の例を以下に示す。

直方体のモデルを X, Y, Z 軸方向にそれぞれ x_0, y_0, z_0 、 X, Y, Z 軸周りの回転をそれぞれ $\alpha \ \beta \ \gamma$ 度の変位を入力とし、それを投影し直方体の頂点の座標値に正規分布の誤差を加え計算に用いた。出力は上述の方法を用いて、変換マトリクスを求め得られた移動値である。

例 1	入力	$x_0=10.0$ $\alpha=30.0$	$y_0=5.00$ $\beta=20.0$	$z_0=100.0$ $\gamma=45.0$
	出力	$x_0=9.99$ $\alpha=34.2$	$y_0=4.79$ $\beta=23.1$	$z_0=99.8$ $\gamma=48.1$
例 2	入力	$x_0=3.00$ $\alpha=5.00$	$y_0=2.00$ $\beta=5.00$	$z_0=70.0$ $\gamma=5.00$
	出力	$x_0=2.97$ $\alpha=5.37$	$y_0=1.69$ $\beta=6.47$	$z_0=70.0$ $\gamma=5.32$

【Table.1 シミュレーション結果例】

シミュレーションの結果から、観測値に誤差が入っても、変位が微小変位であるほど、精度よく変換マトリクスが求められることがわかる。

4. まとめ

本研究では、3次元幾何モデルを用いた位置、姿勢を求めるために、3次元幾何モデルと画像上の物体との対応点が6点以上与えられた場合の変換マトリクスの算出にスクリー理論を適用し、その有効性を検討した。

参考文献

- 1) 杉本浩一: モータ代数のロボット機構学への応用、日本ロボット学会誌、Vol.5, No.4, pp71-75, 1987