

○ 城間祥之（北海道東海大），嘉数侑昇（北大），沖野教郎（京大）

1. はじめに

補間曲面は，複数の曲面をなめらかに接合する場合等の接合部分の形状表現に必要不可欠である．補間曲面をソリッド・モデリングに適用するためにはそのソリッド表現化が必要となる．本研究では，二つのソリッド形状を混ぜ合わせて補間曲面ソリッドを創成する方法を提案する．この方法は，CSGソリッド・モデリング¹⁾を基本とするものである．ここでは，補間曲面ソリッドの集合演算向き関数式表現化，及び，形状評価関数の設定について報告する．

2. 問題の記述

ソリッド形状同士の混ぜ合わせによる補間曲面ソリッド創成問題について考える．CSGソリッド・モデリングへ組み込める様に補間曲面ソリッドを創成することが本研究の課題であるが，そのためには補間曲面ソリッドをどのようにCSG向きの関数式で表現するかが問題となる．そこで，この問題について考える．今，3次元直交座標系空間（ X と記す）において二つのソリッド形状が適当に配置されて与えられる場合を想定する（図1参照）．CSG表現法は集合演算を基本とするので，二つのソリッド形状 P_0, P_1 は次式のように集合演算向きの関数で記述されるものとする．

$$\begin{aligned} P_0 &: g(X) = 0, \\ P_1 &: h(X) = 0. \end{aligned} \quad (1)$$

対象とする補間曲面ソリッドは両ソリッド形状の混ぜ合わせにより創成するので，その関数式は元となる形状 P_0, P_1 の関数 g, h を混ぜ合わせた形式で定義する．すなわち，混ぜ合わせを記述するパラメータ t （ただし， $0 \leq t \leq 1$ ）を導入すると，補間曲面ソリッドを表す関数式 F は次式のように定義される．

$$\begin{aligned} F(X, t) &= 0, \\ F(X, t) &\equiv \left. \begin{aligned} \{1 - Bf(t)\} \cdot g(X) \\ + Bf(t) \cdot h(X), \end{aligned} \right\} (3) \end{aligned}$$

ここで， $(0 \leq t \leq 1)$ ．

ただし， $Bf(t)$ はブレンディング関数である．関数 g, h ，及びブレンディング関数 $Bf(t)$ が既知ならば，上記の関数 F は補間曲面ソリッドの創成に適用可能となる．

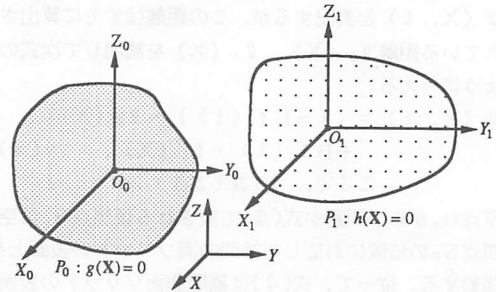


図1. 補間曲面ソリッドの元となるソリッド形状

3. 補間曲面ソリッドの創成手順

ソリッド・モデルの重要な特長は，空間点評価（すなわち，任意の空間点が形状の表面，及び内・外部のいずれに含まれるかを判別すること．）を実行できることにある．補間曲面ソリッドに対しても空間点評価の実行が要求される．それ故，ここでは，補間曲面ソリッドの定義式(3)を，“任意の空間点から導出されるPoint-wiseな関係式”として具現化する．まず，その前提条件：

- 補間曲面ソリッドの元になる凸形のソリッド形状（ P_0, P_1 ）には局所座標系 $(0, X_i, Y_i, Z_i, \text{Where}, i=0,1)$ が設定されており，その座標原点はソリッド内部に設置されているものとする（図2参照）．
- パラメータ t （ $0 \leq t \leq 1$ ）に関しては， $t=0$ のとき，補間曲面ソリッドの形状は元の形状 P_0 と，同様に $t=1$ のときは P_1 と一致するものと規定する．

このとき，定義式(3)の具現化は次のような手順で行う．すなわち，まず，任意の空間点（ S_p ）を与えると，空間点 S_p とソリッド形状 P_0 （及び P_1 ）に設置されている局所座標原点 O_0 （ O_1 ）とを結ぶ直線 L_0 （ L_1 ）を設定する．次に，直線 L_0 （ L_1 ）とソリッド P_0 （ P_1 ）との交点 Q_0 （ Q_1 ）をそれぞれ求め，交点 Q_0 （ Q_1 ）と原点 O_0 （ O_1 ）間の距離をそれぞれ算出する．これらの距離は空間点 S_p の位置によりその都度変わるので， $l_0(X)$ ， $l_1(X)$ とそれぞれ表記する．ところで，空間点 S_p と補間曲面ソリッドの局所座標原点を結ぶ直線は設定できるが，その直線と補間曲面ソリッドとの交点は算出できない．なぜなら，補間曲面ソリッド形状が現時点では未定の

ためである。そこで、図3に示すように補間曲面ソリッドの局所座標原点 O_b と空間点 S_p を通る直線 L_{sp} を設定し、その直線と補間曲面ソリッド表面とが交わる点を仮に想定する。便宜上、この点を仮想点と呼び Q_x と記す。また、仮想点 Q_x と原点 O_b 間の距離は $l(X, t)$ と表記するが、この距離はすでに算出されている距離 $l_0(X)$ 、 $l_1(X)$ を補間して次のように与える。

$$l(X, t) = \left. \begin{aligned} & \{1 - Bf(t)\} \cdot l_0(X) \\ & + Bf(t) \cdot l_1(X), \end{aligned} \right\} (4)$$

ここで、 $(0 \leq t \leq 1)$ 。

原点 O_b からの距離が式(4)で表される仮想点 Q_x は空間点 S_p の位置に対応して補間曲面ソリッドの表面上を移動する。従って、式(4)は補間曲面ソリッドの表面を表す関数と見なせる。ところで、ブレディング関数 $Bf(t)$ の設定方法は無数にあるので、現実的には適当な条件を与え、それを満足する関数を導出する機会が多い。例えば、与えられる初期・最終条件を満足し、かつ『パラメータ t に関する n 次式(ただし、 n は正整数)で、 n 次の係数が整数で与えられるもの』という条件を付加してブレディング関数を導出してみると、次のような一例がある。

$$Bf_1(t) = t^n, \quad (5)$$

$$Bf_2(t) = 2t - t^n. \quad (6)$$

ただし、 $n=1, 2, 3, \dots$ 。

4. 形状評価関数

前述のとおり、式(4)は補間曲面ソリッドの表面を表現するがその内・外部は表現できない。ここでは、補間曲面ソリッドの内・外部をも表現し得る関数を以下のように設定する(図3参照)。まず、空間点 S_p と原点 O_b 間の距離を求める。これは空間点 S_p の位置によりその都度変わるので $l_{sp}(X)$ と表記する。空間点 S_p 、仮想点 Q_x 、及び原点 O_b は一直線上にあるので原点 O_b から仮想点 Q_x 、及び空間点 S_p までのそれぞれの距離を比較すれば形状の内・外部を判定することができる。このための関数として次式を設定する。

$$F_b(X, t) = l(X, t) - l_{sp}(X). \quad (7)$$

式(7)は補間曲面ソリッドの表面、及び内・外部の空間点に対してそれぞれ、ゼロ、正、負の関数値をもち、その絶対値は空間点が形状表面から離れるに従って増大する。ところで、式(7)を補間曲面ソリッドの空間点評価に適用する場合、パラメータ t を与えなければならぬがその与え方により形状評価関数は異なってくる。本研究では、二通りに分けて形状評価関数を設定する。すなわち、

(A) パラメータ t を空間点に関わりなく独自に与える場合：形状評価関数は次式を用いる。

$$F_{b, \max}(X) = \left. \begin{aligned} & \text{MAX} \left\{ F_b(X, t_0), F_b(X, t_0 + \Delta t), \dots \right\} \\ & \left\{ \dots, F_b(X, t_1 - \Delta t), F_b(X, t_1) \right\} \end{aligned} \right\} (8)$$

$$= \text{MAX}_{t=t_0}^{t_1} \left\{ F_b(X, t) \right\}, \text{ where } t_0 = 0, t_1 = 1.$$

この場合、任意の空間点一個を評価する際に、パラメータ t の値を逐次的に与え、それぞれの t に対する式(7)の値を逐次的に計算し、その中の最大値を補間曲面ソリッドの代表値とするものである。

(B) パラメータ t が空間点から一意に決まる場合：形状評価関数として式(7)をそのまま使用する。この場合、パラメータ t は空間点と関数関係を持つので式(7)は実質的には空間点のみの関数となる。二次元断面形状のスイープによるソリッド形状創成²⁾等もこの場合に含まれる。

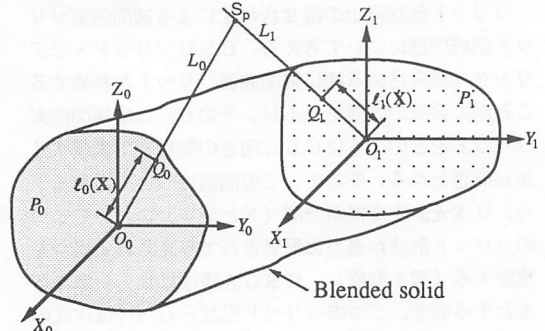


図2. 空間点 S_p によって決まる距離 $l_0(X)$ 、 $l_1(X)$

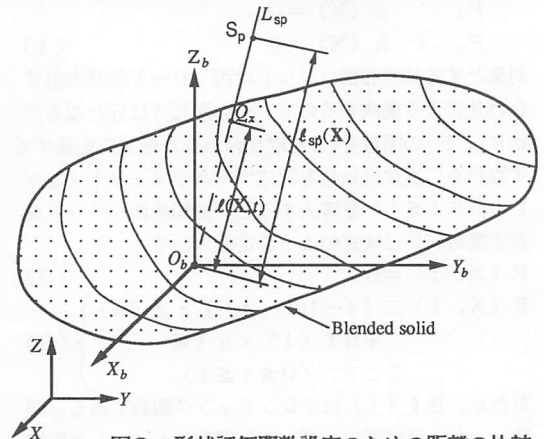


図3. 形状評価関数設定のための距離の比較

参考文献

- (1) 沖野教郎；『自動設計の方法論』，養賢堂
- (2) 城間ほか；『スイープ補間曲面ソリッドのCSG表現法に関する研究』，精密工学会誌，Vol.55, No.6