

- 特定ユニット間の相互作用の記述 -
 横井浩史 (北大工), 嘉数侑昇 (北大工)

1.はじめに

近代的な工場や工作機械などの生産システムの自動化技術は、これまでの研究開発によってめざましい進歩をとげてきている。しかしながら、これら生産システムを構成する機械の制御は未だ個別のであり、設計者の意図の範疇においてのみ自動的である。これに対して、理想的な機械によって構成される自律的な生産システムでは各機械は統一的に扱われなければならないため、機械同士の相互作用を統一的に表現できる数理モデルが必要とされる。

そこで、これまでにすべての相互作用を畳み込んだ空間を波動場として記述し、波動場から畳み込み積分を応用して特定の相互作用を与える数理モデルの構築を試みた。しかしながら従来、本数理モデルの対象とする問題領域は不特定多数のユニット間の運動量、角運動量決定問題に限定されていたが、機械等の動的な相互作用表現は相互作用する機械を限定して動力伝達表現を必要とする場合が多い。そこで、特定のユニット間の動力伝達を記述する数理モデルへの拡張を行い、具体的に動力伝達回路表現を試みる。

2.自律機械群のダイナミクス

2.1問題空間

構築した数理モデル⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾⁽⁴⁾の対象とする問題は波動場上に展開された制約条件からユニット(理想的機械)の動力伝達回路を決定する問題(Fig1)である。この問題は、ユニットの空間配置問題と特定ユニット間に於ける動力伝達問題の2つの問題を含んでいる。ところで、従来の数理モデルでは外的空間制約条件と内的制約条件をポテンシャル関数によって波動場上に保持することができたので、ここでは特に、特定ユニット間の相互作用を扱うことのできる数理モデルについて以下で議論する。

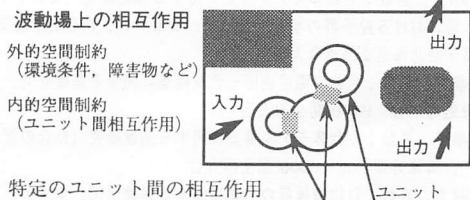


Fig1.対象とする問題

2.2数理モデル

本数理モデルはユニット同士の相互作用とその他の機能素子の相互作用を波動場を導入することにより統一的に扱うことを目的として以下に述べるような数理モデルとして構築できる。この数理モデルは各素子に働く相互作用力が素子の重心と向きに対して影響する場合を取り扱っている。対象とする波動場Hは各素子の張る三次元のポテンシャル場からなり、(4)式とする。各ユニットは、このように設定された様式にしたがって情報を受け取ることによってその状態量である運動量と角運動量を決定する。

$$H(r_{ij}, \theta_{ij}) = \sum_i \left\{ \sum_j h_{ij} \psi_{ij} + \sum_k w_{ij} \chi_{ij} \right\} + \sum_i \sum_m g_{im} \phi_i \phi_m \quad (1)$$

ここで第2項は、i番目とm番目のユニット間の相互作用を表わしている。ユニットの挙動はラグランジの運動方程式で記述することにより、運動量 p および角運動量 q は(2)-(3)式のように求められる。

$$p_i = - \oint \frac{\partial \phi H(r, \theta) (\psi_i + \phi_i) d\phi}{\partial r_i} dz \quad (2)$$

$$q_i = - \oint \frac{\partial \phi H(r, \theta) (\psi_i + \phi_i) d\phi}{\partial \theta_i} dz \quad (3)$$

ここで、 $\oint dz$ は $\left[\frac{\partial h_{ij}(r)}{\partial r} \right]_{r=z} = 0$ を満足する z に対する線積分であり、 z を制御点とする。次に、各相互作用軸は(4)-(5)式の波動方程式で与えることにより、複数の場を直交化して波動場H上にセットすることができ、H上のポテンシャル関数は(2),(3)式の相互作用軸 ζ に対する畳み込み積分演算によって任意に取り出すことができる。

$$\kappa \frac{d^2 \zeta}{2 d\phi^2} + E_{ij} \zeta = 0, \quad (\zeta = \psi_{ij}, \chi_{ij}, \phi_{ij}) \quad (4)$$

$$\zeta_{ij}(\phi) = 0, \quad (\phi = a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}) \quad (5)$$

ここで、変数はそれぞれ、H: 波動場の環境変数, r : 位置ベクトル, θ : 方向ベクトル, h : ユニット支配関数, w : ユニット波動, ψ : ユニット支配関数に対する相互作用軸, χ : ユニット波動に対する相互作用軸, p : 運動量ベクトル, q : 角運動量ベクトルとした。

3. 特定ユニット間の相互作用

特定ユニット間の相互作用の運動量および角運動量に対する寄与は(1)式第2項と(2),(3)式の演算によって与えられて、次のように導出される。

任意の点で相互作用力Tは環境変数Hより(6)式のごとく書け、

$$T_i = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} H \varphi_i^* d\varphi \quad (6)$$

φ に関して部分積分法により展開する準備として、(7)式の関係を用意する。

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\varphi} \left(\varphi_i \int \varphi_j d\varphi \varphi_k^* \right) &= \varphi_i \varphi_j \varphi_k^* + \frac{d\varphi_i}{d\varphi} \int \varphi_j d\varphi \varphi_k^* + \varphi_i \int \varphi_j d\varphi \frac{d\varphi_k^*}{d\varphi} \\ &= \varphi_i \varphi_j \varphi_k^* + \int \varphi_j d\varphi \frac{d\varphi_i \varphi_k^*}{d\varphi} \end{aligned} \quad (7)$$

また、(4)式より、(8)式が成立するため、

$$\frac{d\varphi_i}{d\varphi} = \int -\lambda_i \varphi_i d\varphi \quad (8)$$

結局、影響係数Hの第2項の寄与はTのようにもとまる。

$$\begin{aligned} T_k &= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} g_{ij} \varphi_i \varphi_j \varphi_k^* d\varphi \\ &= \frac{1}{\lambda_j} \left[\varphi_i \frac{\partial \varphi_j}{\partial \varphi} \varphi_k^* \right]_{-\pi/2}^{\pi/2} - \frac{1}{\lambda_j} \left[\varphi_j \varphi_i \varphi_k^* \right]_{-\pi/2}^{\pi/2} \\ &= \begin{cases} 0, & i \neq j \neq k \\ -\frac{g_{ij}}{\lambda_j} \left[\varphi_i \varphi_j \varphi_k^* \right]_{-\pi/2}^{\pi/2}, & \varphi_j; \text{ Odd function} \\ \frac{g_{ij}}{\lambda_j} \left[\varphi_i \frac{\partial \varphi_j}{\partial \varphi} \varphi_k^* \right]_{-\pi/2}^{\pi/2}, & \varphi_j; \text{ Even function} \end{cases} \quad i = k \end{aligned} \quad (9)$$

4. 動力伝達問題

ユニット間の動力伝達を対象としてポテンシャル関数を設定する。ここで、 r はユニットの状態を表わす変数($r, \theta, dr/dt, d\theta/dt, \text{ect}$)をまとめて表記したものであり、 G は状態値に関する減速比として(10)式で、ポテンシャル g は(11)式のように記述できる。

$$\tau_i : \tau_j = G_{rj} : G_{ri} \quad (10)$$

$$g_{ij}(\tau_i, \tau_j) = \sum_{k=1}^{k_1} \frac{b_k}{\alpha_k + (r - r_*)^{2k}} (\tau_i G_i - \tau_j G_j) \quad (11)$$

5. 計算機実験

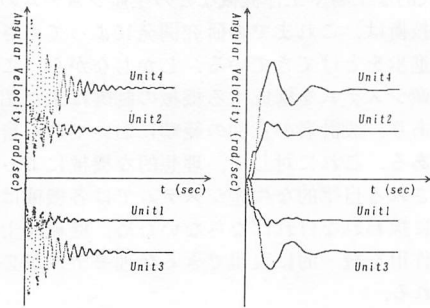
本数理モデルを用いて歯車伝達機構を計算機実験によりシミュレートすることを試みた。その結果をFig2, Fig3(a),(b),(c)に示す。Fig2はユニットを歯車とみなして各ユニットの伝達順序を示している。

入力トルクは $\tau = \frac{10.0}{1.0 + 1/t}$ で与えるものとする。

Fig3は伝達角速度の時間的変化率をグラフにしたもので、ここでの減速比はそれぞれ $G_1=1.0, G_2=0.870, G_3=0.570, G_4=0.470$ として実験した。また、この実験でパラメータとしてもちいたオフセット寸法 α_k は軸間距離とアナロジーがある。

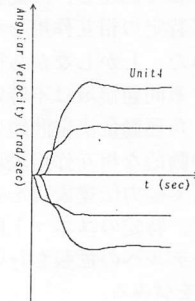


Fig2. ユニットの伝達順序



(a) $\alpha=1.0$

(b) $\alpha=0.1$



(c) $\alpha=0.01$

Fig3. 伝達角速度の時間的変化

6. まとめ

不特定多数のユニット間の運動量、角運動量決定問題に限定されていた従来の本数理モデルの対象とする問題領域を広げることによって、機械等の動的な相互作用表現を可能とした。また、相互作用する機械を限定して動力伝達表現することを試み、歯車伝達問題に応用し計算機実験でその有効性を確かめた。

7. 参考文献

- 1) 横井, 嘉数; 生命体モデル構築に関する基礎研究 (高エネルギー場における粒子群の挙動シミュレーション), 昭和63年電気関係学会北海道支部連合大会 P.293
- 2) 横井, 嘉数; 生体の環境適応モデル構築に関する基礎研究, 情報処理学会 1989秋期全国大会
- 3) 横井, 嘉数; 生命体モデル構築に関する基礎研究 (結合の記述), 情報処理学会 1990秋期全国大会
- 4) 横井, 嘉数; 自律機械群の挙動に関する基礎研究, ロボティクス・メカトロニクス講演会'90, 論文集vol.B P282