

旭川高専 ○武田秀人 古川正志 北大 嘉数侑昇

要旨

与えられた素材に円板を充填配置する問題に、かもめの「なわばり理論」のシミュレーション・アルゴリズムを利用した解法を示す。また、この解法を用いた計算機シミュレーションと単純乱数アルゴリズムの計算機シミュレーションを行い、それらの結果を比較し、「なわばり理論」による解の特性は均等配置が行われており、素材面積と円板の比が大きいとき、単純乱数アルゴリズムより良好な結果が得られたことを示す。

1. はじめに

生産行程計画において、与えられた素材から決められた製品形状を切り出す問題はトリム・プロブレム¹⁾と呼ばれ、素材の有効利用、スケジュール時間の短縮化、一貫した生産ラインの確立などのために重要な問題である。本研究では与えられた素材形状を長方形、製品形状を同一円板とし、かもめの「なわばり理論」を用いた解法を提案する。生物のなわばりのパターン、および、その生成過程についてはすでに多くの研究がなされている²⁾。本研究ではそれらの中からかもめの「なわばり理論」を適用し、「かもめが他の個体のポテンシャルを感じながら、できるだけ局所的に低いポテンシャル・エネルギーの地点にかもめが定着しようとする」というプロセスのシミュレーションを円板の配置プロセスとした。そのため、かもめのそれぞれのなわばりをポロノイの多角形³⁾とし、定着点を中心とした多角形内に円板を配置する。本方法の計算機シミュレーション結果から、円板は均等配置が行われ、素材と円板の面積比が小さいとき単純乱数アルゴリズムに比較して良好な結果が得られた。

2. 問題の記述

トリム・プロブレムは以下のように記述される。

$$\begin{aligned} & \text{Find } X_i = [x_i, y_i, \theta_i], \text{ such that} \\ & \text{minimize } F(X) = S_0 - \sum S(X_i) \quad (1) \\ & \text{subject to } UG(X_i) \subset G_0, \cap G(X_i) \neq \phi. \end{aligned}$$

ここで、 X_i は製品 i の基準点の位置とその角度を表し、 S_0 は素材の面積、 $S(X_i)$ は製品 i の面積、 G_0 は素材の形状点集合、 $G(X_i)$ は製品 i の形状点集合を表す。本研究で取り扱う問題では、 G_0 は長方形、 $G(X_i)$ は円形とし、 x_i, y_i は円板の中心を示す。 θ_i は考慮する必要がないため $X_i = [x_i, y_i]$ としてよい。

3. かもめ定着の経験分布理論

かもめの個体数を N 、かもめの定着点を $X_i, i=1, 2, \dots$

N とする。このときかもめ個体群の配置 $X = [X_1, X_2, \dots, X_N]$ の確率密度は、母数 K に特徴づけられる2体間の相互作用ポテンシャル $\phi K(r)$ の下でのギブスの熱分布式に従い、

$$f(X; \phi K) = \exp\left\{-\sum_{i < j} \phi K(r_{ij})\right\} / Z(\phi K; N, S_0) \quad (2)$$

で与えられる。ここで、

$$r_{ij} = |X_i - X_j|, r = \{r_{ij}\} \quad (3)$$

$$Z(\phi K; N, S_0) = \int \exp\left\{-\sum_{i < j} \phi K(r_{ij})\right\} dX \quad (4)$$

であり、 Z は規格化因子である。スケール母数を σ とすると、ポテンシャル関数 $\phi \sigma(r)$ には純反発型の関数が選ばれ、 $\phi \sigma(r) = \phi(r/\sigma)$ (5)に限定できる。このようにして選択されるポテンシャル関数は

$$(1) \phi \sigma(r) = -\ln[1 - \exp\{-r/\sigma\}]$$

$$(2) \phi \sigma(r) = (r/\sigma)^n, n=4, 6, 8, 12, 16, 24$$

$$(3) \phi \sigma(r) = \infty, (r/\sigma) \leq 1; \phi \sigma(r) = 0, (r/\sigma) > 1$$

がモデルとして設定できる。ここで、 $\ln(Z)$ は母数 σ と個体群密度 $\rho = N/S_0$ とを組み合わせた無次元母数 $\tau = \rho \sigma^2$ のみの関数となる。このとき、

$$r = (\tau/\rho)^{1/2} = \sigma \quad (6)$$

である。

かもめの定着パターンの生成過程としては、

(1) 同時にかもめが飛来し、なわばり争いを行う。

(2) 順次かもめが飛来し、遅れてきたかもめは空いている空間に定着する。

の2パターンが考えられる。前者は初期円板の全数配置を生成し、定着点をギブス分布に合うように改善する方法であり、後者は順次円板を充填する方法である。ここでは、後者の方法をシミュレーションする。

4. なわばりの算出

かもめのなわばりをどのかもめの定着点からも同じ

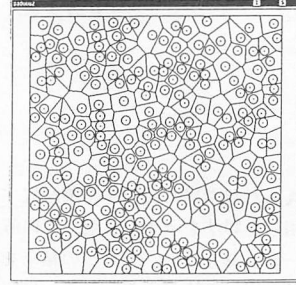
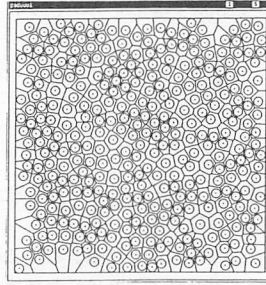
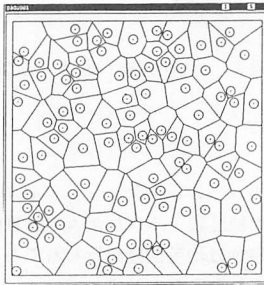


Fig. 1 A space allocation of 109 points.

Fig. 2 A space allocation of the final state.

Fig. 3 A space allocation using a simple random method.

勢力圏を持つものとする。このような勢力圏はポロノイの多角形平面分割としてしられ、地理情報の処理などに使用される。ポロノイの多角形 Π_i は、

$$\Pi_i = \{X: |X - X_i| \leq |X - X_j|, i \neq j, j=1, 2, \dots, N\} \quad (7)$$

で定義される平面領域で一般に凸多角形である。多角形の辺は隣接個体対の垂直二等分線である。円板はポロノイの多角形内のの定着点を中心として配置される。

5. 配置のシミュレーション・アルゴリズム

3. で述べたシミュレーション・アルゴリズムは以下のようなになる。

- (1) τ, σ を与え、 N を設定する。
- (2) GO 内に乱数により X_k を求める。
- (3) k 個の点 X_1, X_2, \dots, X_{k-1} が求まっているとする。
- (4) GO 内の任意の点 y について、

$$\Omega_k(y) = \exp\left\{-\sum_{i=1}^{k-1} \phi(y - x_i)\right\}$$

なる $\Omega_k(y)$ を求める。

- (5) X_k が以下の条件を満たすとき、定着点として受け入れる。

$$\exp\left\{-\sum_{i=1}^k \phi(x_k - x_i)\right\} / \Omega_k(y) > 1$$

- (6) 指定数 N になったら終了する。

6. 数値実験

5. で述べたアルゴリズムによる320個の円板の配置例の100個の状態と最終配置を図1、図2に示す。同じ数の乱数を発生し、円板の重複のみを禁止した単純乱数アルゴリズムの結果を図3に示す。このときの円板数は209個であった。図3、図4に示されたポロノイの多角形の正規化した面積分布を図4、5にそれぞれ示す。この分布からなわばり理論による配置のほうが均等に配置されることが分かる。

7. おわりに

なわばり理論による配置解法を示した。実験から得

られる配置面積の比率は45%前後であった。今後、この比率を高める改善方法と大きさの異なる円板の配置のシミュレーション・アルゴリズムを開発する予定である。

参考文献

- 1) M. Furukawa; Practical Approaches to the space allocation Problem. Phd. dissertation of Hokkaido Univ. (1981)
- 2) 稲村正美; パターン生成のモデルとあてはめ、統計数理、Vol33, (1985)P70
- 3) M. I. Shamos; Computational Geometry. Phd. dissertation of Uni. of Michigan (1978)

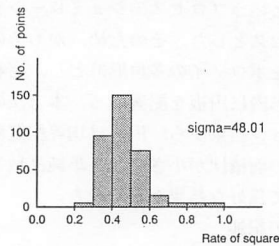


Fig. 4 A square distribution of the proposed method.

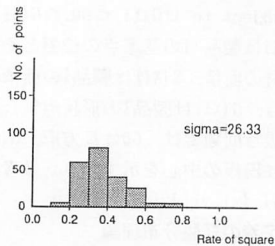


Fig. 5 A square distribution of the simple random method.