

幾何制約を伴う形状評価法

北海道大学工学部 ○イコノモフ バベル、田中 文基、岸浪 建史、
(株)ニコン 佐々木 豊春、岡本 英明

要旨

ISO公差モデルにおける関連形体の評価には、データムと形体との関係を示した幾何制約が伴う。このため、評価を行う際に、この制約を考慮する必要がある。本研究では、三次元測定機を用いた測定における評価において、幾何制約を伴う評価モデルに対する最小領域評価法を提案する。提案する評価法は、微小変位スクリュー法に基づいており、最小領域評価問題は、線型最適化問題に帰着される。

1.はじめに

ISO公差モデルは、単独形体に関する公差と、関連形体に関する公差とに分けることができる。このうち、関連形体における公差の評価には、データムと形体との関係を示した幾何制約が伴う。このため、評価を行う際に、この制約を考慮する必要がある。本研究では、三次元測定機を用いた測定における評価において、幾何制約を伴う評価モデルに対する最小領域評価法を提案する。提案する評価法は、微小変位スクリュー法に基づいており、最小領域評価問題は、線型最適化問題に帰着される。

2. 微小変位スクリュー法による最小領域法

剛体の微小変位は、スクリューと呼ばれる平行移動ベクトルと、回転ベクトルとの組み合わせで表現される。^[1] 刚体の原点をBとすると、剛体上の任意の点Aにおける変位 \vec{D}_A は原点における変位 \vec{D}_B と、回転ベクトル \vec{R} を用いて式(1)で表すことができる。

$$\vec{D}_A = \vec{D}_B + \vec{AB} \times \vec{R} \quad (1)$$

この微小変位スクリュー法 (Small displacement screw, SDS) による形状評価は、各測定点の微小変位後の偏差を計算し、それが最適になるように変位を決定することで行われる。各測定点 M_i における最適化後の偏差は、 M_i の法線 \vec{n}_i 方向にある理論面上の点 M_{thi} 、理論面の原点Aにおける変位ベクトル \vec{D}_A と回転ベクトル \vec{R} により(2)式で表される。

$$\vec{e}_i = \zeta_i - \{\vec{D}_A \cdot \vec{n}_i + (\vec{AM}_{thi} \times \vec{n}_i) \cdot \vec{R}\} \quad (2)$$

ここで、 $\zeta_i = \vec{M}_i \vec{M}_{thi} \cdot \vec{n}_i$ は最適化前の偏差、 e_i は最適化後の偏差である。

最小領域法では図1に示すように、領域の中に理論面を仮定し、その理論面から上境界面までの距離を ΔS とし、下境界面までの距離を ΔI とした場合、変位後の各測定点の理論面からの偏差が領域を飛び出さないように、領域

の幅を最小化することとなる。

即ち、最適化後の最小化すべき目的関数は、

$$MIN(\Delta S - \Delta I) \quad (3)$$

制約条件は

$$\Delta S - e_i \geq 0, \Delta I - e_i \leq 0$$

ここで、 ΔS 、 ΔI 、 $\vec{D}_A(u_1, u_2, u_3)$ 、 $\vec{R}(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ は、求めるべき変数であり、 $M_{thi} M_i \vec{n}_i$ 、 \vec{n}_i 、 $A M_{thi} \times \vec{n}_i$ は、平面、円筒面それぞれに対し決まる。式(3)は、線形のためシンプレックス法等により解くことができる。

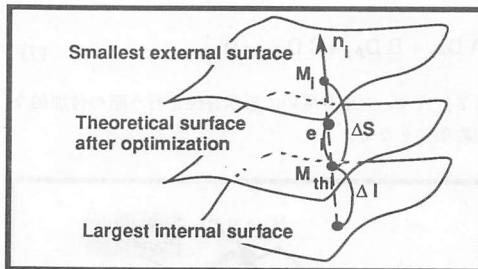


図1. 最小領域法におけるSDS

3. 幾何制約を伴う SDS 評価法

SDSを用いて公差評価を行う際、平面度、円筒度といった形状評価の場合は、上述した方法論を用いることにより評価できるが、位置度、平行度、円周振れ等といった位置に関する公差、方向に関する公差、振れなどを評価する場合そのままの形では評価できない。位置に関する公差、方向に関する公差、振れなどを評価する場合、データムとの関係を幾何制約で表現し評価することが必要であることを提案した^[3]。その幾何制約は、位置に関する制約(式(4))と、方向に関する制約(式(5))で表すことができる。ここでは、その制約を用いた場合の評価法を提案する。

$$AP_x + BP_y + CP_z + D = 0 \quad (4)$$

$$EN_y + FN_y + GN_z = 0 \quad (5)$$

ここで、A,B,C,D,E,F,Gは定数、P(P_x,P_y,P_z)は、Substitute elementの位置ベクトル、N(N_x,N_y,N_z)は、Substitute elementの方向ベクトルである

3. 1 位置制約に対する適用

(4) 式で表現される位置に関する制約は、図2に示すように、(4)式で表される平面(制約平面と名付ける)上に、substitute elementの原点が存在しなければならないという制約である。即ち、前述したSDSにおける最適化前の原点P(init)と、最適化後の原点P(opt)が、この制約平面上にあることである。これを満たすためには、(2)式における変位の平行移動成分 $D_A(D_{Ax},D_{Ay},D_{Az})$ は、制約平面上にある必要がある。即ち、変位 D_A は、制約平面の法線ベクトル $N_c(A, B, C)$ に対し垂直 ($D_A \perp N_c$) である必要がある。このことを数式に表すと、

$$\vec{D}_A \cdot \vec{N}_c = 0 \quad (6)$$

従って、

$$AD_{Ax} + BD_{Ay} + CD_{Az} = 0 \quad (7)$$

(7)式は、SDSを用いて形状評価を行う際の付加的制約条件となる。

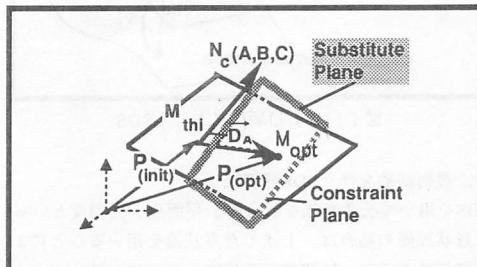


図2. 位置の制約に関する適用

3. 2 方向制約に対する適用

(5)式で表現される方向に関する制約は、図3に示すように、(5)式で表される直線(制約直線と名付ける)と垂直に、substitute elementの方向ベクトルが存在しなければならないという制約である。即ち、前述したSDSにおける最適化前の方向ベクトル $N(\text{init})$ と、最適化後の方向ベクトル $N(\text{opt})$ が、この制約直線上に垂直である

ということである。このことを満たすためには、(2)式における変位の回転移動成分 $R = (\theta u_1, \theta u_2, \theta u_3)$ の回転軸方向が、制約直線に平行である必要がある。即ち、方向制約直線の単位方向ベクトル $[e, f, g] = \vec{C}_D$ に対し平行 ($\vec{R} \parallel \vec{C}_D$) である必要がある。このことを数式に表すと

$$\vec{R} \times \vec{C}_D = 0 \quad (8)$$

従って、

$$\vec{R} = \theta' \vec{C}_D = (\theta' e, \theta' f, \theta' g) \quad (9)$$

ただし、 θ' は、回転角を表す任意の変数である。

(9)式は、SDSを用いて形状評価を行う際の付加的制約条件となる。

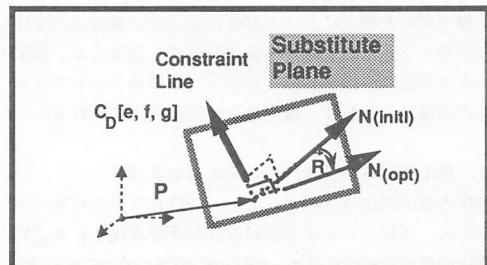


図3. 方向の制約に関する適用

4. おわりに

ISO公差モデルにおける関連形体の評価には、データムと形体との関係を示した幾何制約が伴う。このため評価の際に、この制約を考慮する必要がある。本研究では三次元測定機を用いた測定における評価において、幾何制約を伴う評価モデルに対する最小領域評価法を提案した。提案する評価法は微小変位スクリュー法に基づいており最小領域評価問題は、線型最適化問題に帰着される。

参考文献

1. P. Bourdet et. all/ A Study of Optimal Criteria Identification Based on the Small Displacement Screw Model, CIRP Ann. v. 37, pp. 503-506, 1988.
2. P. Ikonomov et. all/ Evaluation of the measured form using shape model with constraints, Proceedings of JSPE, 1993/3.
3. P. Ikonomov et. all/ Evaluation model based on geometrical constraints for geometrical form., to be published in International JSPE.