

旭川高専 ○松谷祥子 渡辺美知子 古川正志

要旨

CAD/CAEの結合は、CAE技術が高精度になるに従って強く要求されている。本研究はCADとCAE、特に、2次元有限要素法のインタフェースの自動作成を目的とし、任意形状にかもめのなわばり理論を用いてポロノイ多角形を作成し、その双対であるドローネ三角形によるメッシュの自動生成を行う方法を報告する。本方法をCSGモデラー利用することで、CAD/CAEの結合を果たすことが可能である。

1. はじめに

かもめのなわばり理論を利用してトリムプロブレムに適用し、円盤の最適充填を行えることをすでに報告した<sup>1)</sup>。なわばり理論は、「かもめが他の個体のポテンシャルを感じながら、できるだけ局所的に低いポテンシャル・エネルギーの地点にかもめが定着しようとする」というプロセスのシュミレーションを円板の配置プロセスとする。そのため、かもめのそれぞれのなわばりをポロノイの多角形とし、定着点を中心とした多角形内に円板を配置を行うものである。本研究ではこの配置任意図形に対して行い、それをを基にポロノイ多角形の双対図形であるドローネ三角形を生成し有限要素法(FEM)の入力点とするインタフェースを作成することを目的とし、そのアルゴリズムを開発する。本方法の計算機シュミレーション結果から、基本的なアルゴリズムを確立することができた。

2. トリムプロブレムの記述

トリム・プロブレムは以下のように記述される。

$$\begin{aligned} &\text{Find } X_i=[x_i, y_i, \theta_i], \text{ such that} \\ &\text{minimize } F(X)=S_0-\sum S(X_i) \quad (1) \\ &\text{subject to } G(X_i) \subset G_0, \cap G(X_i) \neq \phi. \end{aligned}$$

ここで、 $X_i$ は製品*i*の基準点の位置とその角度を表し、 $S_0$ は素材の面積、 $S(X_i)$ は製品*i*の面積、 $G_0$ は素材の形状点集合、 $G(X_i)$ は製品*i*の形状点集合を表す。本研究で取り扱う問題では、 $G_0$ は、

$$G_0 = \bigcup_i \bigcap_j \{f_{ij}(X) \geq 0\} \quad (2)$$

で表現される任意形状であるが、今回は多角形と円の組合せに限定する。また、 $G(X_i)$ は円板形上とし、 $x_i, y_i$ は円板の中心を示す。 $\theta_i$ は考慮する必要がないため $X_i=[x_i, y_i]$ としてよい。

3. かもめ定着の経験分布理論

かもめの個体数を $N$ 、かもめの定着点を $X_i, i=1, 2, \dots, N$ とする。このときかもめ個体群の配置 $X=[X_1, X_2, \dots, X_N]$ の確率密度は、母数 $K$ に特徴づけられる2体間の相

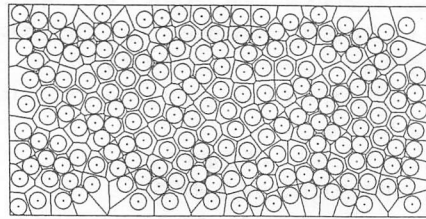


Fig.1 An example of Voronoi diagram.

相互作用ポテンシャル $\phi K(r)$ の下でのギブスの熱分布式に従い、

$$f(X; \phi K) = \exp\left(-\sum_{i < j} \phi K(r_{ij})\right) / Z(\phi K; N, S_0) \quad (3)$$

で与えられる。ここで、

$$r_{ij} = |X_i - X_j|, r = \{r_{ij}\} \quad (4)$$

$$Z(\phi K; N, S_0) = \int \exp\left\{-\sum_{i < j} \phi K(r_{ij})\right\} dX \quad (5)$$

であり、 $Z$ は規格化因子である。スケール母数を $\sigma$ とすると、ポテンシャル関数 $\phi \sigma(r)$ には純反発型の関数が選ばれ、 $\phi \sigma(r) = \phi(r/\sigma)$  (6) に限定できる。このようにして選択されるポテンシャル関数は

- (1)  $\phi \sigma(r) = -\ln[1 - \exp\{-(r/\sigma)^2\}]$
- (2)  $\phi \sigma(r) = (r/\sigma)^n, n=4, 6, 8, 12, 16, 24$
- (3)  $\phi \sigma(r) = \infty, (r/\sigma) \leq 1; \phi \sigma(r) = 0, (r/\sigma) > 1$

がモデルとして設定できる。ここで、 $\ln(Z)$ は母数 $\sigma$ と個体群密度 $\rho = N/S_0$ とを組み合わせた無次元母数 $\tau = \rho \sigma^2$ のみの関数となる。このとき、

$$r = (\tau/\rho)^{1/2} = \sigma \quad (7)$$

である。

かもめの定着パターンの生成過程としては、

- (1) 同時にかもめが飛来し、なわばり争いを行う。
- (2) 順次かもめが飛来し、遅れてきたかもめは空いて

いる空間に定着する。  
 の2パターンが考えられる。前者は初期円板の全数配置を生成し、定着点をギブス分布に合うように改善する方法であり、後者は順次円板を充填する方法である。ここでは、後者の方法をシュミレーションする。

#### 4. なわばりの算出

かもめのなわばりをどのかもめの定着点からも同じ勢力圏を持つものとする。このような勢力圏はボロノイの多角形平面分割としてしられ、地理情報の処理などに使用される。ボロノイの多角形 $\Pi_i$ は、

$$\Pi_i = \{X; |X-X_i| \leq |X-X_j|, i \neq j, j=1, 2, \dots, N\} \quad (8)$$

で定義される平面領域で一般に凸多角形である。多角形の辺は隣接個体対の垂直二等分線である。円板はボロノイの多角形内のの定着点を中心として配置される。

#### 5. 配置のシュミレーション・アルゴリズム

3. で述べたシュミレーション・アルゴリズムは以下になる。

- (1)  $\tau, \sigma$  を与え、 $N$  を設定する。
- (2)  $G_0$  内に乱数により  $X_k$  を求める。
- (3)  $k$  個の点  $X_1, X_2, \dots, X_{k-1}$  が求まっているとする。
- (4)  $G_0$  内の任意の点  $y$  について、

$$\Omega_k(y) = \exp\left\{-\sum_{i=1}^{k-1} \phi(y-X_i)\right\} \quad (9)$$

なる  $\Omega_k(y)$  を求める。

- (5)  $X_k$  が以下の条件を満たすとき、定着点として受け入れる。

$$\exp\left\{-\sum_{i=1}^k \phi(x_k-x_i)\right\} / \Omega_k(y) > 1 \quad (10)$$

- (6) 指定数  $N$  になったら終了する。

ここで、(4) において  $G_0$  内の点は、 $G_0 \subset G_R$  なる長方形  $G_R$  を作成し、 $G_R$  内に一様乱数を発生し、以下の境界評価関数

$$B(x_i) = \min_i \max_j f_{ij}(x_i) \quad (11)$$

を計算し、 $B(x_i) \geq 0$  ならば形状内部、 $B(x_i) < 0$  ならば形状外部として判定する。

#### 6. ドローネ三角形によるメッシュ分割

ボロノイ点からドローネ三角形を作ると、それぞれのドローネ三角形には一つずつのボロノイ点に対応し、更に、ボロノイ点から対応する三角形の頂点までの距離は等しい性質がある。これらからボロノイ点はドローネ三角形の外接円上にあることがわかる。これを利用しボロノイ点から母点(定着点)への距離をもとめ、距離の等しい三点を見つけ出すことでドローネ三角形を作成できる。

#### 7. 数値実験

Fig. 2 になわばり理論によって行った円盤の配置とその多角形分布を示す。また、Fig. 3 にそのボローネ三角形分割を示す。

#### 8. おわりに

なわばり理論を用いたボロノイ多角形とドローネ三角形によるメッシュの自動分割を行うことができた。今後、境界メッシュの作成およびメッシュの密度を境界条件に合わせて生成しなければならないことが、本方法を有効に適用するために必要であることが、今後の課題として残された。

#### 参考文献

- 1) 武田他; トリムプロブレムの基礎研究(第14報) - かもめのなわばり理論による円盤の最適配置、精密工学会北海道支部学術講演会(1992)
- 2) M. Furukawa; Practical Approaches to the space allocation Problem, Phd. dissertation of Hokkaido Univ. (1981)
- 3) 種村正美; パターン生成のモデルとあてはめ、統計数理、Vol133, (1985)P70

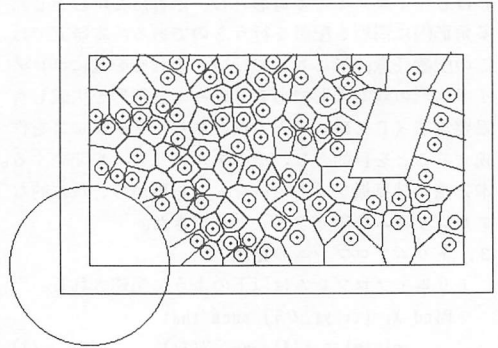


Fig. 2 Voronoi diagram by territorioles.

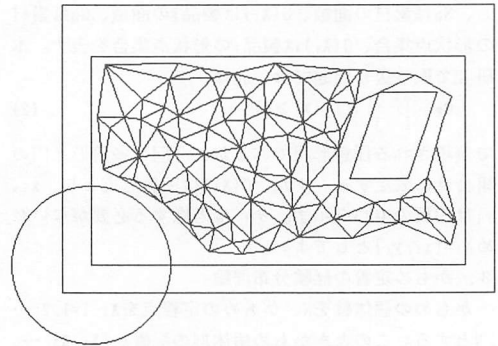


Fig. 3 Delaunay diagram with dual Voronoi diagram.