

要 旨

本研究は組合せ最適化問題の一つであるナップザック問題の解探索を目的としている。ここではナップザック問題を幾何学形状の詰め込み問題として扱い、形状の最適配置すなわち配置後の余剰空間の最少化を問題とする。本研究では経験的な要素を基に、ヒューリスティックな手法として形状群に振動を与え、密な配置結果の追求についてGAを用いた方法を提案し、検討を加えるものである。

1. 緒 言

本研究では組み合わせ最適化問題の一つであるナップザック問題を幾何学形状の詰め込み問題として扱う。すなわち、この詰め込み問題は幾何形状群を組み合わせ、余剰となる面積が最少となる最適な形状配置を決定することである。本研究は、グラフ理論等の探索による解法を目指すこととは別に、通常の手作業で用いられる「ふるい」による詰め込みを疑似的に生成し、問題解決を図る。問題対象を異径の円板群の長方形内配置とし、この配置問題の解探索のため、円板群に「ふるい」に相当する振動を与える。この振動に制御パラメータを設け、これを線形結合の形式で表現し、問題に応じて制御パラメータを変更するメカニズムを用いる。このメカニズムの実現に生物の進化の過程を模倣したジェネティックアルゴリズム(GA)を適用し、より最適に近い配置を追求する。

2. 問題の記述

ここでの最適化問題とは最終的に得られる配置結果から隙間(余剰空間)が最少となることを目指すことである。すなわち、式(1)で示す n 枚ある円板形状群 C_n を任意の寸法の原板面積 $A_b (h \cdot \ell)$ に対する余材面積 M が最少となるよう配置を決定することである。

$$\min M = (h \cdot \ell) - \sum_{i=1}^n A_{ci} \quad (1)$$

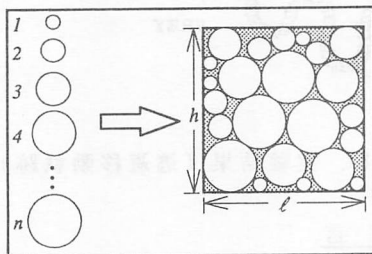


Fig1.object of Circular disks nesting

ただし、 n は円板総数、各々の円板面積を A_{cij} とする。この時の円板形状群が原板に占める割合を余材面積率 W

とし、これを目的関数とする。

$$\min W = \frac{(h \cdot \ell) - \sum_{i=1}^n A_{ci}}{A_b} \quad (2)$$

3. ふるいによる配置決定方法

ふるいによる配置決定は以下の手順を想定する。

- (1) x, y 座標軸に平行な振動を与える。
- (2) 振動を与えられた円板は原板境界または他円板との衝突、反発を繰り返す。
- (3) 配置空間を徐々に縮める。

以上の3つのプロセスを繰り返すことで、余剰空間が最少となる配置決定を行う。これらを制御するパラメータを線形結合で表わし、これを目的関数の最少化のために自動チューニングを試みる。

3.1 振動制御

振動は直交座標系における x, y 軸方向に式(3)で示される単振動を与えるものとする。

$$\begin{aligned} x &= a \cdot \cos(\omega_1 t + \phi_1) \\ y &= b \cdot \cos(\omega_2 t + \phi_2) \end{aligned} \quad (3)$$

これにより円板形状群はリサージュ軌跡を描くように移動する。軌跡は振動方程式の係数である a, b :振幅、 ω_1, ω_2 :角振動数、 α, β :初期位相により移動軌跡が変化する。この係数を制御パラメータとする。

3.2 衝突

限定された空間内で多数の円板が移動すると、円板同士あるいは境界面との衝突が生じ、円板に反発力が生じる。この反発力 f_c は同一の完全弾性体として円板、境界面を想定すると、Hertzの公式より、式(4)から算出される。

$$f_c = \frac{\pi E (r_1 + r_2)}{8(1 - \nu^2) r_1 r_2} \cdot a^2 \quad (4)$$

r_1, r_2 :円板半径 E :縦弾性係数 ν :ポアソン比 a :接触長さ

3.3 円板に作用する力

振動を受けた円板の運動は、振動による加速度と他円、壁との衝突で、その移動する方向と力が変化し式(6)の運動方程式の変化として表わされる。

$$\alpha_i = \frac{1}{m_i} \left(\sum_{j=1}^n f_{cj} + f_b \right) \quad (i \neq j) \quad (5)$$

$$\alpha_i = \sqrt{\alpha_{ix}^2 + \alpha_{iy}^2}$$

m_i :円板重量、 α_i (α_{ix}, α_{iy}):円板加速度

これらの力の変化を微小な計算の時間刻み毎に求め、円板位置を算出することを繰り返す。

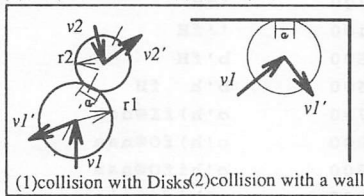


Fig 2. Vector by Collision

3.4 原板寸法の決定

力の変化だけでは、円板群は自由運動を繰り返し、密な詰め込みを求める事はできない。そこで、計算ステップ毎に円板の位置から、円板を詰め込む空間を縮めていく。これによって原板寸法が算出され、密な配置が求められることができる。

4. ジェネティックアルゴリズムの適用

上記までの配置決定を制御する2つの振動方程式のパラメータ(振幅、初期位相、角振動数)をジェネティックアルゴリズムを用いて自動チューニングする。本報告では各々のパラメータに対して、それぞれに6ビットを割当て、長さ36のストリングとして表現する。各係数は

$$a, b, \omega_1, \omega_2, \phi_1, \phi_2$$

$$= \text{bit}_1 \text{bit}_2 \text{bit}_3 \text{bit}_4 \text{bit}_5 \text{bit}_6 \quad (\text{bit}=1/10) \quad (6)$$

制御パラメータをまとめたストリングは

$$\text{String} = ab\omega_1\omega_2\alpha\beta \quad (7)$$

となる。このストリングのランダムな集まりとして初期集団を構成し、世代を重ねることで集団が進化し、解探索を行う。

本報告では、解探索のために、ストリング群に再生、交叉、突然変異の3つのジェネティックオペレータを用いた。

5. 実験

以上までの問題設定、方法論に基づいて、システムを構築し、計算機実験を行なった。集団中のストリング数 popsize は20で1世代の間で交叉が行なわれるのは80%、突然変異は1世代あたり2%の確率で行われる。

Table 1. data of Circular disks

No	データ数	種類	最小径	最大径
1	50	14	10	30

実験は、制御パラメータの影響について検討を加えるため、ランダムに選ばれた円板群の径、各枚数ともに同じものを用い、初期配置位置が異なる条件で行った。実験で用いた円板群を表1に示す。初期ストリング群は乱数発生によって与えた。実験によって得られた各世代における最良値、最悪値及び平均値の推移を図3、図4に、最小の余材面積率、および最終世代である20世代において求められた最小の原板の長さ、幅を表2に、各世代で最良値を示したストリングによる制御パラメータの変化を図5、図6に示す。

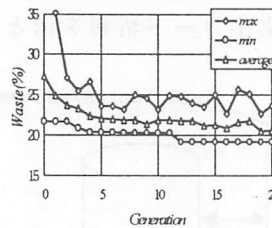


Fig 3.result of data(1)

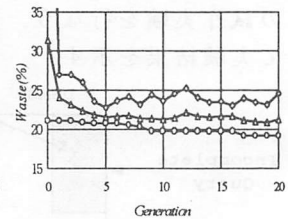


Fig 4.result of data(2)

余材面積率は円板の個数とその構成に大きく左右されるが、本実験で行った3倍程度の大きさの差では、ほぼ20%程度が最適な配置状態と思われ、最終世代では概ね良好な配置状態が得られた。

Table 2. result of nesting

No	初期世代	20世代	原板長さ	原板幅
1	21.7	19.2	125.650	164.807
2	21.1	19.2	130.719	159.647

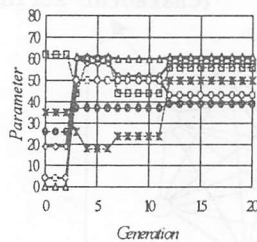


Fig 5.result of data(1)

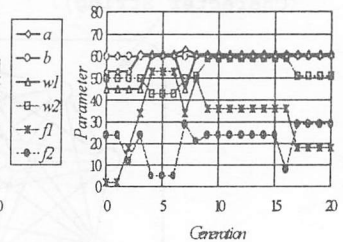


Fig 6.result of data(2)

さらに、図5、図6より振動に用いた制御パラメータの変化は世代交代を重ねるにつれ、振幅が最大値に近くなるが、他のパラメータは円板群の初期配置位置によって異なる値を示すことがわかる。

このことから、円板群の構成や初期位置に左右されず、角振動数や初期位相を変更することで最適な配置結果を得ると判断でき、この解探索のためにGAを用いることの有効性を確認できた。

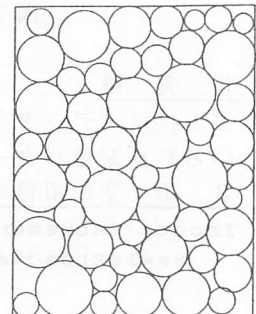


Fig 7. Result of Nested