

要旨

本研究は、工具加工点の軌跡と工作機械の各ユニットの運動を工具座標系において解析的に結び付ける形状創成関数理論を基に、切削力によるユニット結合部の弾性変形を考慮して加工誤差を求めること及び誤差要因を同定することを目的とする。本報告では、加工誤差を求める手順を示し、その手順を基に、旋盤について誤差解析をおこなう。

1. はじめに

工作機械の各ユニット（構成要素）及びユニット間に存在する幾何学的な誤差¹⁾と加工中に発生する弾性変形による誤差は、加工形状に直接転写される。そのため、高精度な加工を行うにはそれらの誤差の加工形状への影響を知る必要がある。

本研究では、ユニット結合部に弾性要素を想定し、切削抵抗による各ユニットの微小変位によって生ずる加工誤差を算出する手順を示す。そのためにまず、基礎となる形状創成関数理論²⁾について述べ、加工誤差を算出する手順を示す。さらに、旋盤について、この手順に従って誤差解析を行う。

2. 形状創成関数理論

2.1 形状創成関数

工作機械を一連の剛体から成る連鎖と考え、そのユニット間の相対運動による工具加工点の移動位置を加工物座標系に変換する数学的記述が形状創成関数である。

加工物を0ユニットとし、順に工具まで各ユニットに番号をつけ、それぞれに同じ番号*i*を持つ座標系*S_i*を配していく。一般に、工作機械の各ユニット間の相対運動は、X,Y,Z軸方向の並進運動、X,Y,Z軸回りの回転運動のいずれかである。

そこで(i-1)ユニットに対する*i*ユニットの相対運動を表現する同次座標変換マトリックス*A_i^k*を、

$$A_i^k \begin{cases} k = 1, 2, 3 & X, Y, Z \text{ 軸方向の並進運動} \\ k = 4, 5, 6 & X, Y, Z \text{ 軸回りの回転運動} \end{cases}$$

と表記する。座標変換マトリックスを用いることによって加工物座標系*S₀*における加工点*r₀*は、工具座標系*S_l*における工具加工点を*r_l*とすると、次のように記述される。

$$r_0 = A_1^{k_1} A_2^{k_2} \dots A_l^{k_l} r_l \tag{1}$$

2.2 形状創成誤差関数

工作機械の各ユニットに微小誤差が存在するとすると形状創成誤差関数*Δr₀*は

$$\Delta r_0 = \sum_{i=1}^l A_1 \dots A_i \varepsilon_i A_{i+1} \dots A_l r_0 \tag{2}$$

と記述される。ただし、*ε_i*は以下の通りである。

$$\varepsilon_i = \begin{pmatrix} 0 & -\gamma_i & \beta_i & dx_i \\ \gamma_i & 0 & -\alpha_i & dy_i \\ -\beta_i & \alpha_i & 0 & dz_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{3}$$

$\begin{cases} dx_i, dy_i, dz_i & : \text{座標系 } S_i \text{ の } X, Y, Z \text{ 軸方向の並進誤差} \\ \alpha_i, \beta_i, \gamma_i & : \text{座標系 } S_i \text{ の } X, Y, Z \text{ 軸回りの回転誤差} \end{cases}$

3. 誤差の算出

各ユニットの結合部のモデルは、静止ユニットであるベッドを基準に作成する。すなわち、ベッド・工具間、及びベッド・加工物間の2つの連鎖に分けて考える。

まず、ベッドのユニット番号を*n*としておく。

3.1 ベッド・工具間について

(i-1)ユニットと*i*ユニット間の剛性マトリックスを*K_i*、工具座標系での切削点を*p_l* = (*p_{lx}*, *p_{ly}*, *p_{lz}*)、座標系*S_i*での切削抵抗を*F*とし、*i*ユニットに働く一般化力*F_i*、*i*ユニットの変位ベクトル*d_i*を、

$$F_i = (p_{xi}, p_{yi}, p_{zi}, m_{xi}, m_{yi}, m_{zi})^T$$

$$d_i = (\delta_{xi}, \delta_{yi}, \delta_{zi}, \alpha'_i, \beta'_i, \gamma'_i)^T$$

と置く。ここで*F_i*は力*P_i*とモーメント*M_i*から成っている。

$$P_i = (p_{xi}, p_{yi}, p_{zi})^T, M_i = (m_{xi}, m_{yi}, m_{zi})^T$$

さらに*A_i*の回転部分を*R_i*、並進部分を*p_i*とする。

ベッド・工具間の各ユニットの微小変位を求める計算手順は以下のとおりである。

1. $P_i = F, M_i = p_i \times P_i$
2. $P_{i-1} = R_i P_i, M_{i-1} = R_i M_i + p_i \times P_i$
 $d_i = K_i^{-1} F_i, (i = n + 1, \dots, l)$

3.2 ベッド・加工物間について

*i*ユニットと(i-1)ユニット間の剛性マトリックスを*K_i*、座標系*S₀*での切削点を*p₀* = (*p_x*, *p_y*, *p_z*)とする。

ベッド・加工物間の各ユニットの微小変位を求める計算手順は以下のとおりである。

1. $P_1 = -R_1 \dots R_l F, M_1 = p_0 \times P_1$

$$2. P_{i+1} = R_{i+1}^{-1} P_i, \quad M_{i+1} = R_{i+1}^{-1} M_i + P_{i+1} \times P_{i+1}$$

$$d_i = K_i^{-1} F_i, \quad (i = 1, \dots, n)$$

3.3 加工誤差

形状創成誤差関数 Δr_0 は式(2)の誤差マトリックス ε_i の各要素に変位ベクトル d_i の各要素の値を次のとおり代入し、計算する。

ベッド-工具間 $dx_i = \delta_{xi}, dy_i = \delta_{yi}, dz_i = \delta_{zi}$
 $\alpha_i = \alpha'_i, \beta_i = \beta'_i, \gamma_i = \gamma'_i$
 ベッド-加工物間 $dx_i = -\delta_{xi}, dy_i = -\delta_{yi}, dz_i = -\delta_{zi}$
 $\alpha_i = -\alpha'_i, \beta_i = -\beta'_i, \gamma_i = -\gamma'_i$

4. 旋盤の誤差解析

旋盤による代表的な加工である円筒の外周切削について加工誤差解析する。

4.1 旋盤のモデル

図1に旋盤のモデルを示す。形状創成関数 r_0 は次のとおりである。

$$r_0 = A_1^6(\theta) A_2^3(z) A_3^1(x) r_3 \quad (4)$$

ここで簡単化のため工具切削点は、 $r_3 = (0, 0, 0, 1)^T$ とする。

4.2 ユニット結合部の弾性を考慮したモデル

図2、図3にX、Zテーブル及びスピンドルのモデルを示す。テーブルのモデルには送り方向のみに弾性要素を入れた。取付誤差などの幾何誤差は無いものとした。

4.3 切削抵抗の算出

$r_0 = (r_x, r_y, r_z, 1)^T$, $\Delta r_0 = (dr_x, dr_y, dr_z, 0)^T$, 加工物の半径を R とすると、切り込み量 a は次式で与えられる。

$$a = R - \sqrt{(r_x + dr_x)^2 + (r_y + dr_y)^2} \quad (5)$$

送りに比較して切り込みが大きい場合、切削は主として横切れ刃で行われる。そこで、横切れ刃角 ψ 、切り込み a 、送り f で行われる3次元切削を、切削幅 $b = a / \cos \psi$ 、切り込み $d = f \cos \psi$ の2次元切削で近似して計算を行った。

4.4 解析及び結果

解析条件は表1に示した。

解析方法は、仮定した変形量と、変形を考慮した切削抵抗によって生じる変形量とが一致するまでくり返し計算を行う方法をとった。

$z = 200(\text{mm})$ において計算した切削力、切り込み量、X、Y、Z軸方向の誤差は表2にまとめた。

また各ユニットごとの誤差を表3にまとめた。上から6つがユニットの変位量 d_i の要素であり、次の3つが工具切削点での誤差、最後が半径方向の誤差である。

この条件では、Xテーブルの結合部の弾性が大きな加工誤差を生じさせていることがわかる。Zテーブルはz方向に誤差を生じているが半径方向には影響を与えていない。

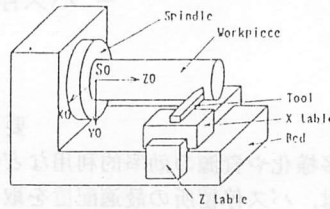


図1 旋盤のモデル

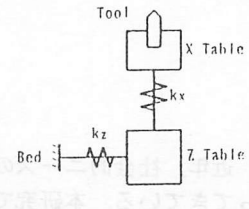


図2 X、Zテーブル

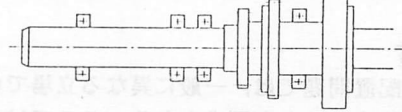


図3 スピンドル

$k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = k_5 = k_6 = k_7 = 2.0 \times 10^6 \text{ (kgf/mm)}$
$k_8 = 2.0 \times 10^{10} \text{ (kgf/mm}^2\text{)}$
$k_r = 2.0 \times 10^6 \text{ (kgf/mm)}$ $k_t = 2.0 \times 10^6 \text{ (kgf/mm)}$
$l_1 = 200 \text{ (mm)}$ $l_2 = 500 \text{ (mm)}$ $l_3 = 800 \text{ (mm)}$
加工物 : S45C 半径 : 30 (mm)
送り : 0.2 (mm/rev)
主轴の回転数 : 1130 (rev/min)
設定切り込み量 : 2.0 (mm)
バイトのすくい角 : 5 (°)
バイトの横切れ刃角 : 0 (°)
バイトのコーナー角 : 0.4 (mm)

表1 解析条件

Fv = 997.88 (N)	dx = 0.00572462 (mm)
Ff = 484.369 (N)	dy = 0.000350151 (mm)
Fp = 225.173 (N)	dz = -0.00219734 (mm)
切り込み 1.99428 (mm)	

表2 切削力、切り込み量、誤差

	Spindle	Z Table	X Table
dx(mm)	-5.7362E-04	0.0000E+00	4.9894E-03
dy(mm)	-2.6105E-04	0.0000E+00	0.0000E+00
dz(mm)	-2.4713E-04	2.4218E-03	0.0000E+00
α (rad)	4.4551E-07	0.0000E+00	0.0000E+00
β (rad)	-8.0781E-07	0.0000E+00	0.0000E+00
γ (rad)	0.0000E+00	0.0000E+00	0.0000E+00
dRx(mm)	7.3518E-04	0.0000E+00	4.9894E-03
dRy(mm)	3.5015E-04	0.0000E+00	0.0000E+00
dRz(mm)	2.2351E-04	-2.4218E-03	0.0000E+00
dR(mm)	7.3518E-04	0.0000E+00	4.9894E-03

表3 各ユニットの誤差

5. 結論

1. 工作機械のユニット結合部の弾性変形による加工誤差を算出する手順を示した。
2. 旋盤のモデルを作成し、示した計算手順を基に、外周切削について誤差解析を行い、各ユニットの変位量及びそれらの加工誤差への影響を調べた。

参考文献

- 1) 山田他 工作機械形状創成モデルを用いた加工精度予測制御 1992年精密工学会春季大会論文集 p.807
- 2) D.N.Reshetov V.T.Portman, Accuracy of Machine Tools, ASME PRESS,(1988)