

要旨

従来のCADシステムでは、組立を表現するために各部品の位置と姿勢を指定していた。しかし、位置と姿勢を人間が与えることは、複雑な計算を伴うため間違いやすいという問題点がある。そこで、部品間関係から位置と姿勢を導出する方法が研究されている。本研究では、部品間関係から位置と姿勢を導出するための方法のうち、Popplestoneらの方法とLeeらの方法についての比較を行う。

1 はじめに

組立を表現する際、人間が部品の位置と姿勢を与えることは、複雑な計算を伴うという問題点がある。そこで本研究では、基本的な接合関係against、fitsを用いて位置と姿勢を導出している2つの方法について比較、考察を行うことを目的とする。

2 組立モデルの表現法

従来のCADシステムでは、それぞれの部品にワールド座標系での位置と姿勢を指定することで組立を表現していた(図1の上のルート)。しかし、部品の位置と姿勢を与える際には複雑な計算を伴うため間違いが生じやすい。そこで、部品に直接位置と姿勢を与えるのではなく、部品間関係を指定し、その関係から位置と姿勢を計算することで得られた位置と姿勢を用いて組立を表現する方法(図1の下のルート)がいくつか研究されている。

本研究では、部品間関係を指定して面と面の接合を表すagainstと円柱と穴の接合を表すfitsの2つの基本的な接合関係を使用している2つの方法について比較を行う。

3 位置導出の方法

3.1 Popplestoneの方法

Popplestoneらは、それぞれの部品が接合関係で拘束された状態を、部品の位置と姿勢を表す変換行列を用いて部品の自由度(3つの並進と3つの回転)に関する式として表現し、拘束が複数存在する場合、それを連立し解くことによって変換行列を求める方法を提案した [1]。

ワールド座標系での部品の位置と姿勢は、ワールド座標系から部品の座標系へ変換する行列 p_i で表され、また、部品が持つ形体の位置と姿勢は、部品の座標系から形体の座標系へ変換する行列 f_i で表される。ただし、使用される形体を、平面、円柱、穴とする。形体の座標系を、形体が平面の場合、座標系のx軸が法線、原点を通るyz平面が形体の平面と一致するように設定する。形体が円柱の場合、座標系のx軸が中心軸、座標系の原点が円柱の先端と一致するように、また穴の場合、座標系のx軸が中心軸、座標系

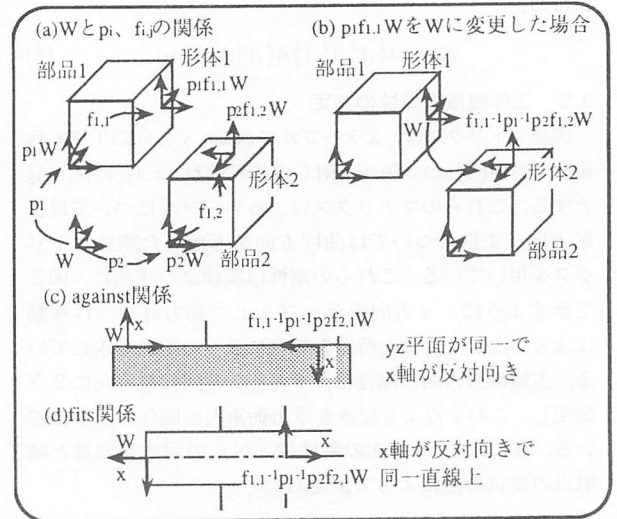


図2 Popplestoneらの方法

の原点が穴の入口に一致するようにそれぞれ設定する。

図2の(a)に示すように、ワールド座標系での部品1の形体の座標系は $p_1 f_{1,1} W$ 、部品2の形体の座標系は $p_2 f_{2,1} W$ で表現されるが、部品の形体間の接合関係を明確にするために、図2の(b)に示すように一方の形体の座標系をW、もう一方を $f_{1,1}^{-1} p_1^{-1} p_2 f_{2,1} W$ とする。その場合、接合関係againstは、図2の(c)より(1)式のように表される。

$$p_2 = p_1 f_{1,1} \text{Trans}(0, y, z) \text{Twix}(\theta) M f_{2,1}^{-1} \quad (1)$$

また、fitsは、図2の(d)より(2)式のように表される。

$$p_2 = p_1 f_{1,1} \text{Trans}(x, 0, 0) \text{Twix}(\theta) M f_{2,1}^{-1} \quad (2)$$

ここで、Transはそれぞれの軸方向への並進、Twixはx軸についての回転を表す。

最終的に位置と姿勢は、接合関係から得られる式を記号操作によって変形してから解くことで得られる。

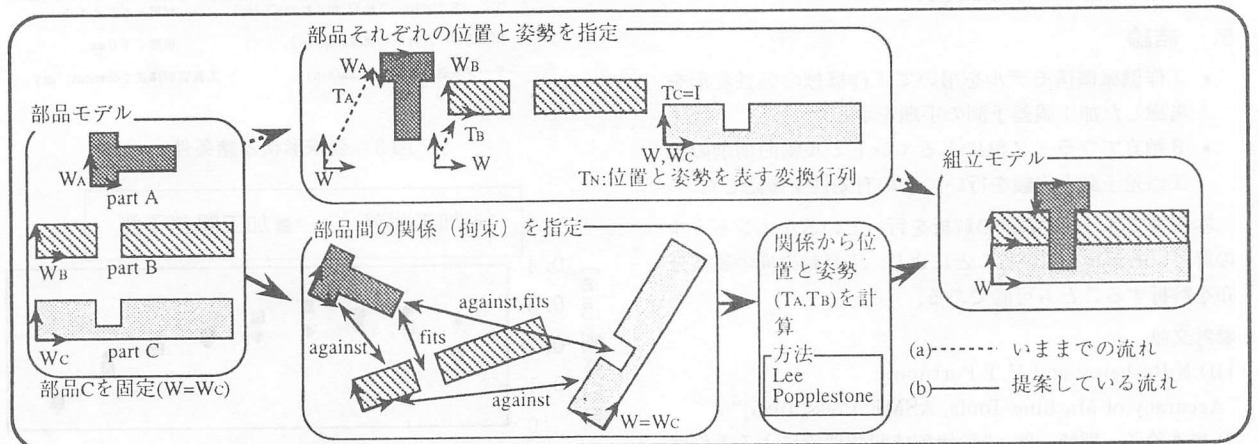


図1 組立モデルの表現法

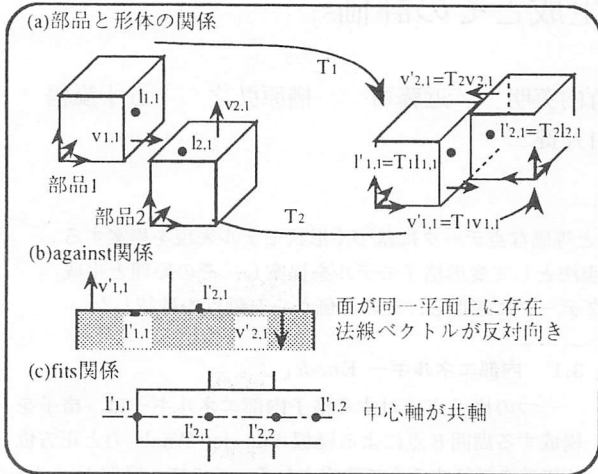


図3 Leeらの方法

3.2 Leeの方法

K.Leeらは、図3の(a)に示すように、位置と姿勢を表す変換行列(3)式で各部品を変換した後に、接合関係against、fitsから導かれる各部品の形体の特徴(平面の法線、軸上の点など)に対する拘束から式をたて、(3)式の6変数を導出する方法を提案した[2]。

$$T = \begin{bmatrix} c\phi s\theta & c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi & c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi & px \\ s\phi c\theta & s\phi s\theta s\psi - c\phi c\psi & s\phi s\theta c\psi + c\phi s\psi & py \\ -s\theta & c\theta s\psi & c\theta c\psi & pz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

接合関係againstは、図3の(b)のように2つの面の法線、 $v'_{1,1}$ 、 $v'_{2,1}$ が平行で反対向きで、面上の点 $l_{1,1}$ 、 $l_{2,1}$ が同一平面上に存在するという拘束であり、(4)、(5)式が得られる。

$$v'_{1,1} = -v'_{2,1} \quad (4)$$

$$v'_{1,1}(l'_{1,1} - l'_{2,1}) = 0 \quad (5)$$

ここで、それぞれの変数は(6)式のように表される。

$$l'_{1,1} = T_{11}l_{1,1}, v'_{1,1} = T_{11}v_{1,1}, l'_{2,1} = T_{21}l_{2,1}, v'_{2,1} = T_{21}v_{2,1} \quad (6)$$

また、接合関係fitsは、図3の(c)のようにそれぞれの部品の中心軸が共軸であるという拘束であり、一方の軸上にある2点 $l_{2,1}$ 、 $l_{2,2}$ が $l_{1,1}$ 、 $l_{1,2}$ が軸上にある他方の軸の上に存在するという拘束とみなせるので、(7)、(8)式が得られる。

$$(l'_{1,1} - l'_{1,2}) \times (l'_{1,1} - l'_{2,1}) = 0 \quad (7)$$

$$(l'_{1,1} - l'_{1,2}) \times (l'_{1,1} - l'_{2,2}) = 0 \quad (8)$$

ここで、それぞれの変数は(9)式のように表される。

$$l'_{1,1} = T_{11}l_{1,1}, l'_{1,2} = T_{11}l_{1,2}, l'_{2,1} = T_{21}l_{2,1}, l'_{2,2} = T_{21}l_{2,2} \quad (9)$$

それらの連立方程式を、Gauss-Newton法を用いて数値的に解き、(3)式の各変数を求めることによって変換行列が得られる。

a 問題への適用例

両手法の比較を行うために、図4の(a)のような部品の組立に両手法を適用してみた。

4.1 Popplestoneの方法

接合関係fits_1、fits_2からそれぞれ、(10)、(11)式が得られる。

$$p_2 = p_1 f_{1,1} \text{Trans}(x_1, 0, 0) \text{Twix}(\theta_1) M f_{2,1}^{-1} \quad (10)$$

$$p_2 = p_1 f_{1,2} \text{Trans}(x_2, 0, 0) \text{Twix}(\theta_2) M f_{2,2}^{-1} \quad (11)$$

まず、回転成分だけについて解くと(12)式が得られる。

$$\theta_1 = \theta_2 \quad (12)$$

次に(10)、(11)式に(12)式を代入し、並進成分について解くと(13)式が得られる。

$$\theta_2 = \pi/2, x_1 = x_2 \quad (13)$$

(13)式を(10)式に代入すると、部品2の位置と姿勢を表す変換行列は図4の(b)のようになる。

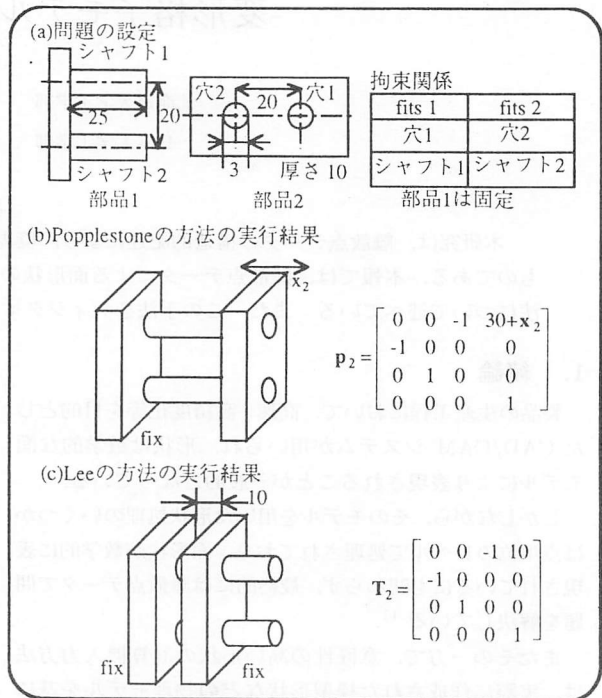


図4 問題の設定

4.2 Leeの方法

接合関係fits_1、fits_2から(14)、(15)式が得られる。

$$(l'_{1,1} - l'_{1,2}) \times (l'_{1,1} - l'_{2,1}) = 0, (l'_{1,1} - l'_{1,2}) \times (l'_{1,1} - l'_{2,2}) = 0 \quad (14)$$

$$(l'_{1,3} - l'_{1,4}) \times (l'_{1,3} - l'_{2,3}) = 0, (l'_{1,3} - l'_{1,4}) \times (l'_{1,3} - l'_{2,4}) = 0 \quad (15)$$

ここで、それぞれの変数は(16)、(17)式とする。

$$l'_{1,1} = T_{11}l_{1,1}, l'_{1,2} = T_{11}l_{1,2}, l'_{1,3} = T_{11}l_{1,3}, l'_{1,4} = T_{11}l_{1,4} \quad (16)$$

$$l'_{2,1} = T_{21}l_{2,1}, l'_{2,2} = T_{21}l_{2,2}, l'_{2,3} = T_{21}l_{2,3}, l'_{2,4} = T_{21}l_{2,4} \quad (17)$$

しかし、シャフトの軸方向についての並進が自由度として残るため、その自由度を消去するように(18)式を追加する。

$$px = \text{const} \quad (18)$$

今回、 $px=10$ とした(これは任意に決定する)。

(14)式から(18)式までで得られた連立方程式をGauss-Newton法により計算すると、部品2の位置と姿勢を表す変換行列は図4の(c)のようになる。

4.3 適用結果と考察

実際に問題に適用した結果、Popplestone、Leeそれぞれの方法の特徴として以下のことが挙げられる。

Popplestoneの方法

- ・記号操作による変形が複雑

Leeの方法

- ・追加される式を、自動に決定できない
- ・計算は初期値に敏感である

5 おわりに

本研究では、組立において、基本的な接合関係against、fitsを使用して部品の位置と姿勢を導出しているPopplestone、Leeのそれぞれの方法について比較を行うために具体的な例題に適用し、それぞれの方法の特徴を明らかにした。

参考文献

- [1] R.P.Popplestone, A.P.Ambler and I.M.Bellos, "An Interpreter for a Language for Describing Assemblies", Artificial Intel., vol.14, 1980
- [2] D.N.Rocheleau and K.Lee, "System for interactive assembly modeling", Computer Aided Des., vol.19, 1987