

旭川高専 ○佐藤 純樹 後藤 孝行 渡邊 拓也  
大阪大学 工学部 高谷 裕浩 三好 隆志

### 要 旨

意匠設計においてさまざまな形状を表現するためには曲線の接続が不可欠である。本報では、擬頂点を用いて周期ユニフォーム 3 次 B-spline 曲線を  $C^2$  級まで連続となる接続方法を提案し、計算機によるシミュレーションで検証を行なった結果を報告する。

## 1. はじめに

意匠製品の付加価値を高めるため、物理モデル(マスタモデル)を用いた設計が行われている。マスタモデルは、デザイナーの感性を直接的に表現できることや形状製作および修正が容易であることなどの利点を持っている。マスタモデルから CAD モデルを生成するため、形状を計測し、その形状データに基づいて曲線・曲面の生成が行われている<sup>1)</sup>。しかし、現在の形状計測装置は計測精度が高くなっているものの、測定可能な傾斜や測定距離に制限があるため、一度に測定できる範囲には限界が生じる。そのため、形状に適した計測(計測センサの傾きなど)ができるよう、測定範囲を分割した形状計測が行われている。そのため、全ての形状データを用いた編集作業を行った後、形状処理が行われている。しかし、この編集作業により形状データが変化したり、膨大な量の形状データによる形状処理を行わなければならないことになる。ところが、各計測範囲で形状処理を行い、特徴を失わずにそれぞれの形状の接続が可能な方法が確立できればこれらの作業を行う必要がなくなる。

そこで本報は、既知の制御点で生成された周期ユニフォーム B-spline 曲線を変形させることなく擬頂点<sup>2)</sup>(Pseudo Vertex)を用いて 2 階導関数ベクトルまで連続な接続方法を提案し、計算機シミュレーションにより検証を行う。

## 2. 周期ユニフォーム 3 次 B-spline 曲線<sup>3)</sup>

パラメータを  $t$  としたときの  $k$  階の B-spline 曲線  $C(t)$  は次式で与えられる。

$$C(t) = \sum_{i=0}^n B_i N_{i,k}(t) \quad (1)$$

ここで、 $B_i, N_{i,k}(t), n$  はそれぞれ制御点ベクトル、B-spline 基底関数および制御点数である。本研究で用いる B-spline 曲線は、2 階導関数まで連続とする

ため、階数を 4 としている。また、ノットベクトルは周期ユニフォームを用いることから、B-spline 曲線は次式のように正規化した形式で表すことができる。

$$C_{i+1}(t^*) = w_{i,4}(t^*)B_i + w_{i+1,4}(t^*)B_{i+1} + w_{i+2,4}(t^*)B_{i+2} + w_{i+3,4}(t^*)B_{i+3} \quad (2)$$

$$(i = 0, 1, 2, \dots, n-3)$$

ここで

$$w_{i,4}(t^*) = \frac{1}{6}(-t^{*3} + 3t^{*2} - 3t^* + 1)$$

$$w_{i+1,4}(t^*) = \frac{1}{6}(3t^{*3} - 6t^{*2} + 4)$$

$$w_{i+2,4}(t^*) = \frac{1}{6}(-3t^{*3} + 3t^{*2} + 3t^* + 1)$$

$$w_{i+3,4}(t^*) = \frac{1}{6}t^{*3} \quad 0 \leq t^* < 1 \quad (3)$$

本報では、この正規化した式を用いて B-spline 曲線を求めている。

## 3. 擬頂点による B-spline 曲線接続

### 3-1 擬頂点

図 1 は擬頂点を用いて B-spline 曲線を生成したものである。既知の制御点は  $B_0, B_1, \dots, B_n$ 、擬頂点は  $B_{-1}$  および  $B_{n+1}$  である。既知の制御点で求められる周期ユニフォーム 3 次 B-spline 曲線セグメントは  $C_i(t^*)$  ( $i = 1, 2, \dots, n-2$ ) であり、その数は  $n-2$  本である。擬頂点を用いると、これらの曲線セグメントの両端に  $C_0(t^*)$  および  $C_{n-1}(t^*)$  が付加されることになり、曲線セグメント数は制御多角形の直線セグメント数と同数になる。また、擬頂点は既知の制御点により求められる曲線セグメントには変化を与えない特徴を持っている。

### 3-2 接続条件

擬頂点を用いて  $C^2$  級まで連続な接続条件を求めるために、2 つの周期ユニフォーム 3 次 B-spline 曲

線  $C_A(t)$  および  $C_B(t)$  を考える. このとき  $C_A(t)$  の制御点ベクトルを  $A_i (i=0,1,2,\dots,n)$ ,  $C_B(t)$  の制御点ベクトルを  $B_i (i=0,1,2,\dots,m)$  とする.

接続点で曲線および1階導関数ベクトルが連続である条件から, 擬頂点は  $A_{n+1}$  および  $B_{-1}$  は次式のように表される.

$$\begin{cases} A_{n+1} = B_1 + 2B_0 - 2A_n \\ B_{-1} = A_{n-1} + 2A_n - 2B_0 \end{cases} \quad (4)$$

また, 接続点で曲線および2階導関数ベクトルが連続である条件から, 次の条件を満たさなければならない.

$$A_n = B_0 \quad (5)$$

したがって, 曲線が接続点においても2階導関数ベクトルまで連続となるためには, それぞれの擬頂点が次のような位置に存在しなければならない.

$$\begin{cases} A_{n+1} = B_1 \\ B_{-1} = A_{n-1} \end{cases} \quad (6)$$

特に, 2階導関数ベクトルが  $\mathbf{0}$  となるときの条件は次式で表される.

$$\begin{cases} A_n = B_0 \\ A_n = \frac{1}{2}(A_{n-1} - A_{n+1}) = \frac{1}{2}(B_{-1} - B_1) = B_0 \end{cases} \quad (6)$$

これは, 3つの制御点  $A_{n-1}, A_n, A_{n+1}$  および  $B_{-1}, B_0, B_1$  がそれぞれ一直線上にあり,  $A_n$  は  $A_{n-1}$  と  $A_{n+1}$  の中点,  $B_0$  は  $B_{-1}$  と  $B_1$  の中点に存在していなければならないことを示している.

#### 4. 結果および考察

図2は擬頂点を用いて2つの周期ユニフォーム3次B-spline曲線を  $C^2$  級で接続した結果である. \*印は制御点を表している. 曲線は付加された曲線セグメントにより良好に接続されていることがわかる. 図中には2階導関数ベクトルも表示しており, 接続点で曲線が  $C^2$  級で接続されていることが確認できる.

図3は接続点で2階導関数ベクトルを  $\mathbf{0}$  とした場合である. 曲線は接続点でもある制御点  $A_4 = B_0$  を通り,  $A_3$  と  $A_4$  および  $B_0$  と  $B_1$  で与えられる直線セグメントに接していることがわかる. また, 2階導関数のベクトルは連続的な変化をしていることから, 2つの曲線は  $C^2$  級に接続されていることが確認できる.

#### 5. 結論

本報は, 擬頂点を用いて  $C^2$  級である周期ユニフォーム3次B-spline曲線を接続する方法の提案を行っ

た. その結果, 既知の制御点で生成される曲線を変形させず, 付加曲線セグメントによって  $C^2$  級まで連続な接続が可能であることが確認できた.

#### 参考文献

- 1) 高谷裕浩, 後藤孝行, 三好隆志: 高密度計測点群のB-spline曲線あてはめとパッチ処理による自由曲面生成, 型技術, 11, 8(1996)44.
- 2) Brian A. Barsky: End Conditions and Boundary Conditions for B-spline Curve and Surface Representations, Computer in industry, (1982).
- 3) 山口富士夫: 形状処理工学II, 日刊工業新聞社 (1982).

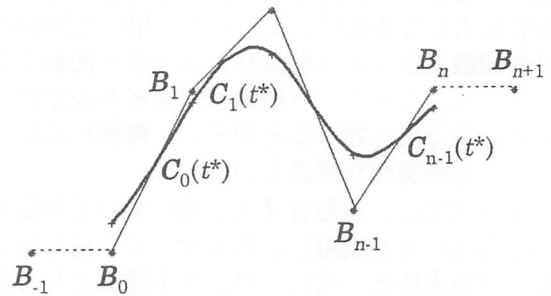


図1 擬頂点とB-spline曲線

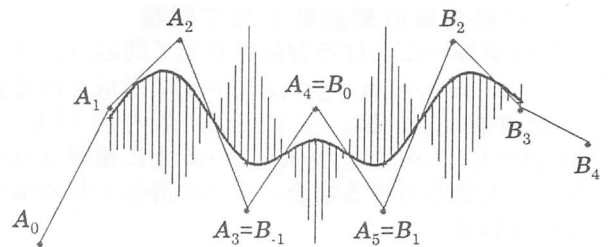


図2 擬頂点を用いた  $C^2$  級接続

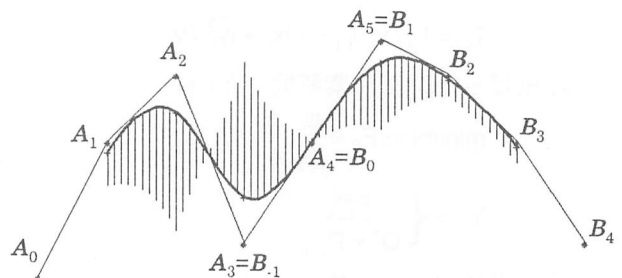


図3 擬頂点を用いた  $C^2$  級接続 (2階導関数ベクトル  $= \mathbf{0}$  の場合)