505

組合せ最適化問題のＧＡによる解法
－正多角形組合せへのアプローチ－

○釧路高専　荒井　誠　　北　大　嘉数　侑昇
札幌学院大　皆川　雅章

本研究はナップザック問題の解探索を目的としている．ここではナップザック問題を幾何学形状の詰め込み問題として扱い、形状の最適配置すなわち配置後の余剰空間の最少化を問題とする．本研究では経験的な要素を基に、ヒューリスティックな手法として形状群に振動を与え、密な配置結果の追求についてＧＡを用いた方法を提案し、検討を加えるものである．

１．　緒　言

生産工程の最初のアプローチに部品の板取り問題がある。この板取り問題とは設計作業を経て決定された部品群を組み合わせ、最適な部品配置を決定することである。ここでの最適配置とは一般に余剰となる面積が最少となる事を指す。

本研究は、通常の手作業で用いられる「ふるい」による詰め込みを疑似的に生成し、問題解決を図る。問題対象を異寸法の正多角形群の長方形内配置とし、この配置問題の解探索のため､これらの正多角形群に「ふるい」に相当する振動を与える。この振動に制御パラメータを設け、これを遺伝子に相当するストリングの形式で表現し、問題に応じて制御パラメータを変更するメカニズムを用いる。このメカニズムの実現に生物の進化の過程を模倣したジェネティックアルゴリズム（ＧＡ）を適用し、より最適に近い配置を追求する。

２．　前提条件

本研究で必要とする前提条件を以下に示す。

(1)長方形原板内の２次元部品配置問題とする。
(2)対象となる部品は異寸法の正多角群とする。
(3)配置される原板寸法は配置結果から算出する。

３．　問題の記述

ここでの最適化問題とは最終的に得られる配置結果から隙間（余剰空間）が最少となることを目指すことである。すなわち、n枚ある正多角形部品群C_nを任意の寸法の原板面積A_b　(h×ι）に対する余材面積Mが最少となるよう配置を決定することである。この時の正多角形盤部品群が原板に占める割合を余材面積率W(式(１))とし、これを目的関数とし、この最小化を目指す。

$$minW = \frac{A_b - \sum_{i=1}^{n} A_{ci}}{A_b} \qquad (1)$$

ただし、nは正多角形総数、各正多角形面積A_{cij}

４．　ふるいによる配置決定方法

ふるいによる配置決定は以下の手順を想定する。

(1) ｘ，ｙ座標軸に平行な振動を与える。
(2) 振動を与えられた正多角形は原板境界または他の正多角形との衝突、反発を繰り返す。
(3)配置空間を徐々に縮める。

以上の３つのプロセスを繰り返すことで、余剰空間が最少となる配置決定を行う。これらを制御するパラメーターをストリングで表わし、これを目的関数の最少化のために自動チューニングを試みる。

４．１　振動制御

振動は直交座標系におけるｘ，ｙ軸方向に、すなわち、式(２)に示す互いに垂直な単振動を与えるものとする。

$$x = a \cdot sin(\omega_1 t + \alpha) \qquad (2)$$
$$y = b \cdot cos(\omega_2 t + \beta)$$

これにより、正多角形部品群はリサージュ一軌跡を描くように移動する。この軌跡は振動方程式の係数であるa,b：振幅、$\omega 1, \omega 2$：角振動数、α, β：初期位相に左右され、移動軌跡が変化する。これらの係数を制御パラメーターとする。

４．２　衝　突

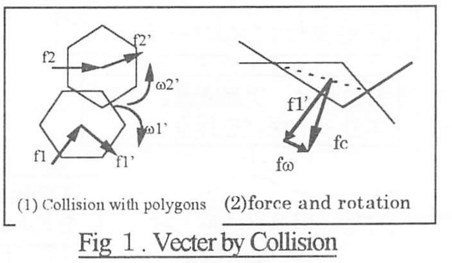

Fig １. Vecter by Collision

原板境界を壁として想定し、限定された空間内で多数の正多角形が移動すると、境界壁あるいは正多角形同士の衝突が生じ、正多角形に反発力が生じる。この反発力fcは同一の完全弾性体として正多角形を想定すると、弾性体のの表面上の一点に作用する力として、Hertzの公式より、式（３）から算出される。

$$f = \frac{2\pi E}{(1+\nu)} \cdot A \qquad (3)$$

A:接触面積、E:縦弾性係数、ν:ポアソン比

４．４　正多角形に作用する力

以上までの方法により、振動を受けた正多角形の運動は、振動による加速度と他正多角形、壁との衝突で、その移動する方向と力が変化し、運動方程式から式(４)(５)として表わされる。

$$\alpha_i = \frac{1}{m_i}\left(\sum_{j=1}^{n} f_{cj} + f_v\right) \qquad (i \neq j) \qquad (4)$$

$$\alpha_i = \sqrt{\alpha_{ix}^2 + \alpha_{iy}^2}$$

$$\dot{\omega} = \frac{M_G}{J_G} \qquad (5)$$

mi:正多角形重量、$\alpha i(\alpha ix, \alpha iy)$:正多角形加速度、$\dot{\omega}$：角加速度、$M_G$：モーメント、$J_G$：慣性モーメント

これらの力の変化を微小な計算の時間刻み毎に求め、式（６）により各々の正多角形の位置(x、y)と回転角(θ)を算出することを繰り返す。

$$x_{t+1} = x_t + v_{xt}\Delta t + \frac{1}{2}\alpha_x \Delta t^2$$

$$y_{t+1} = y_t + v_{yt}\Delta t + \frac{1}{2}\alpha_y \Delta t^2 \qquad (6)$$

$$\theta_{t+1} = \theta_t + \dot{\omega}\Delta t^2$$

４．５　原板寸法の決定

力の変化だけでは、正多角形群は自由運動を繰り返し、密な詰め込みを求める事はできない。そこで、計算ステップ毎に正多角形を詰め込む空間を縮めていく。

$$B\ell min = \min_{i=1}^{n}(x_i - r_i) \qquad B\ell max = \max_{i=1}^{n}(x_i + r_i)$$

$$Bhmin = \min_{i=1}^{n}(y_i - r_i) \qquad Bhmax = \max_{i=1}^{n}(y_i + r_i) \qquad (7)$$

Bl：原板長さ　,Bh:原板幅

これによって原板寸法が算出され、密な配置が求めることができる。

５．　ジェネリックアルゴリズムの適用

上記までの配置決定を制御する２つの振動方程式のパラメータ（振幅、初期位相、角振動数）をジェネティクアルゴリズム(GA)を用いて自動チューニングする。本報告では各々のパラメータに対して、それぞれに６ビットを割当て、長さ３６のストリングとして表現する。各係数は

$$a, b, \omega_1, \omega_2, \alpha, \beta = bit_1 bit_2 bit_3 bit_4 bit_5 bit_6 \qquad (8)$$
$$(bit = 1/0)$$

評価項目をまとめたストリングは

$$String = ab\omega_1\omega_2\alpha\beta \qquad (9)$$

となる。このストリングのランダムな集まりとして初期集団A(0)が構成され、世代を重ねることで集団が進化し、世代ｔにおける集団としてA(t)が作られる。本報告で用いているジェネティクオペレータは再生、交叉、突然変異の３つである。

各ストリングを用いて行なわれた配置決定の結果は目的関数であるWを基に評価する。求められた評価値の割合から各ストリングの再生確率が計算されその２乗の重み付けで評価し、ストリングＳiの再生数が求められる。

さらに、一点交叉、１ビットの突然変異のオペレーションが施され、これらを繰り返すことでより密となる配置結果が追求できる。

６．　実験

以上までの問題設定、方法論に基づいて、正多角形部品群の長方形内配置のためのシステムを構築し、計算機実験を行なった。集団中のストリング数popsizeは２０で１世代の間で交叉が行なわれるのは８０％、突然変異は１世代あたり２％の確率で行われる。実験では対象を正六角形とし、必要となる枚数とランダムに選択された外接円の最小半径と最大半径を表１に示す。実験で得られた最小の余材面積率,および最終世代である２０世代において求められた最小の原板の長さ、幅を表２に示す。

Table 1. data of Regular Polygons

Ｎｏ	データ数	種類	最小半径	最大半径
１	５０	１４	１０	３０

Table 2. result of nesting

Ｎｏ	初期世代	２０世代	原板長さ	原板幅
１	２３.５％	２２.０％	260.75	311.64

初期ストリング群は乱数発生によって与えた。また、各々の正多角形の初期位置は実験開始時にランダムに決定され、それ以後はすべて同位置から始められる。

７．実験結果

実験によって得られた各世代における最良値、最悪値及び平均値の推移を図２に示す。余材面積率は正多角形の個数とその構成に大きく左右されるが、本実験で行った３倍程度の大きさの差では、ほぼ２０％程度が最適な配置状態と思われ、概ね良好な配置状態が得られるものと判断できる。

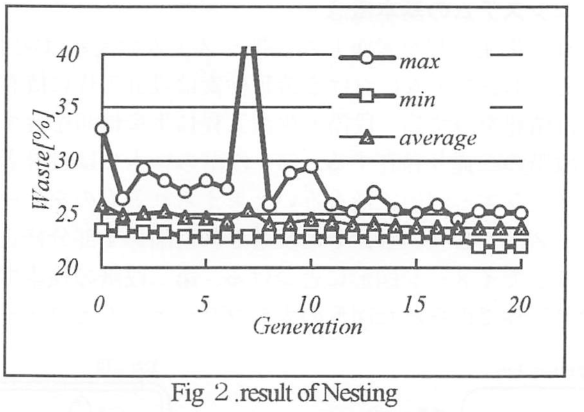

Fig ２.result of Nesting

実験からＧＡにより、準最適値探索が可能であること、より密な配置結果を示していることが推測される。このことから「ふるい」による詰め込み手法とジェネティックアルゴリズムの良質な係数の継承とが配置問題に対して準最適解の算出能力を持つことが分かる。

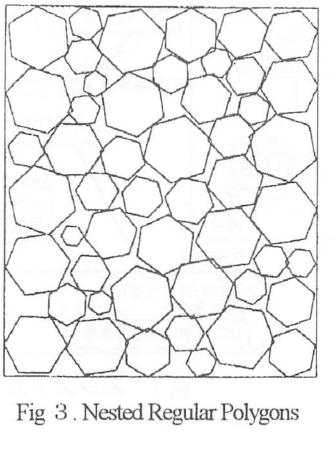

Fig ３. Nested Regular Polygons