

フレキシブルビームの内部及び外部減衰の分離評価

室工大 ○齊当建一 西田公至 テクノ菱和 金丸巧

要 旨

はりの減衰自由振動によって、はり材料に固有の内部減衰と外部減衰を分離して評価する場合の材質、はりの寸法、データの読み取り条件の影響について検討している。また、得られた減衰係数から、はりの振動減衰に及ぼす内部減衰と外部減衰の効果の概要を明らかにした。

1. はじめに

軽量化や大型化による柔軟構造物の振動が問題となり、種々の手法による制振対策が行われている。この際、部材の減衰を正確に把握していなければならない。しかも、これらの部材を異なる環境の下で使用することを考えると、材料に固有の内部減衰と外部減衰を分離して評価しておく必要がある。

本研究では、フレキシブルな部材として金属製のはりを対象とし、これの振動応答から材料固有の内部減衰係数と外部減衰係数を分離して求める場合の各実験条件の影響について検討し、得られた減衰係数を用いてはりの振動減衰に及ぼす内部減衰と外部減衰の効果を明らかにした。

2. はりの曲げ振動の運動方程式

内部および外部減衰係数は片持ちはりの自由減衰振動の波形から求める。解析モデルは図1に示す一様断面はりで、長さ l 、幅 b 、厚さ h 、とする。また、縦弾性係数 E 、断面2次モーメント I 、断面積 A 、密度 ρ 、外部粘性減衰係数 c_1 、内部粘性減衰係数 c_2 とすれば、曲げの自由振動における運動方程式は次式で表される。

$$\rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + c_1 \frac{\partial y}{\partial t} + EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + c_2 I \frac{\partial^3 y}{\partial t \partial x^4} = 0 \quad (1)$$

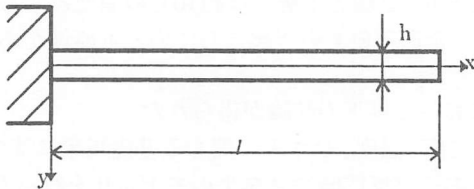


Fig.1 Model of flexible beam

ここで、境界条件を一端固定、他端自由とし、初期条件は時刻 $t=0$ で自由端において変位 $y=y_0$ 、 $dy/dt=0$ としたときの振動応答は次式となる。

$$y = 6y_0 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\xi(x, \beta_i)}{(\beta_i l)^4} \frac{\sqrt{\omega_i^2 - \frac{c_1 c_2}{\rho A E} \omega_i^2}}{\sqrt{\omega_i^2 - \frac{1}{4} \left(\frac{c_1}{\rho A} + \frac{c_2}{E} \omega_i^2 \right)^2}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{c_1}{\rho A} + \frac{c_2}{E} \omega_i^2 \right) t} \times \sin \left(\sqrt{\omega_i^2 - \frac{1}{4} \left(\frac{c_1}{\rho A} + \frac{c_2}{E} \omega_i^2 \right)^2} t + \phi_i \right) \quad (2)$$

ここで、

$$\xi(x, \beta_i) = \frac{\zeta(x, \beta_i)}{\sinh \beta_i l \cos \beta_i l - \cosh \beta_i l \sin \beta_i l}$$

$$\zeta(x, \beta_i) = (\cosh \beta_i l + \cos \beta_i l) (\sinh \beta_i x - \sin \beta_i x) - (\sinh \beta_i l + \sin \beta_i l) (\cosh \beta_i x - \cos \beta_i x)$$

ω_i : 固有角振動数

式(2)の各次数の振幅を比較すれば、2次で1次の約1/200なので、ここでは式(2)を1次のみ近似する。また振幅の測定点を $x=X$ としたとき式(2)は次式で近似される。

$$y = Y_1 e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{c_1}{\rho A} + \frac{c_2}{E} \omega_1^2 \right) t} \sin \left(\sqrt{\omega_1^2 - \frac{1}{4} \left(\frac{c_1}{\rho A} + \frac{c_2}{E} \omega_1^2 \right)^2} t + \phi_1 \right) \quad (3)$$

ここで、

$$Y_1 = 6y_0 \frac{\xi(X, \beta_1)}{(\beta_1 l)^4} \frac{\sqrt{\omega_1^2 - \frac{c_1 c_2}{\rho A E} \omega_1^2}}{\sqrt{\omega_1^2 - \frac{1}{4} \left(\frac{c_1}{\rho A} + \frac{c_2}{E} \omega_1^2 \right)^2}}$$

3. 減衰係数の算出方法

式(3)より、1周期 T_d を隔てた振幅の極大値どおしの比をとることによって、対数減衰率 δ は次式となる。

$$\delta = \frac{1}{2} \left(\frac{c_1}{\rho A} + \left(\frac{1.875}{l} \right)^4 \frac{c_2 I}{\rho A} \right) T_d \quad (4)$$

式(4)から、同一材料で断面形状も同じであれば、はりの長さが l_1 、 l_2 である2つの振動波形から得られる対数減衰率 δ_1 、 δ_2 、周期 T_{d1} 、 T_{d2} を用いることにより、2つの減衰係数 c_1 、 c_2 は次式から求めることができる。

$$c_1 = \frac{2\rho A}{l_1^4 - l_2^4} \left(\frac{\delta_1}{T_{d1}} l_1^4 - \frac{\delta_2}{T_{d2}} l_2^4 \right) \quad (5)$$

$$c_2 = \frac{2}{1.875^4} \frac{\rho A}{I} \frac{(l_1 l_2)^4}{l_2^4 - l_1^4} \left(\frac{\delta_1}{T_{d1}} - \frac{\delta_2}{T_{d2}} \right) \quad (6)$$

4. 実験方法

表1に実験に用いたはりの寸法を示す。材質はステンレス鋼、真鍮、アルミニウムの3種類とする。はりにはバースで一端を固定し、自由端に一定変位を与えて開放し、その後の自由端近傍の振動を非接触レーザー変位計で

測定する。

Table 1 Dimensions of beams unit(mm)

Length l	150, 175, 200, 225
Width b	10, 15, 20, 25
Thickness h	1

5. 実験結果

波形を読み取る位置によって、対数減衰率が異なるので、固定端に作用するはりの単位幅当たりのモーメント M_{MAX}/b が一定の条件となるペアから c_1, c_2 を求める。すなわち、

$$\frac{M_{MAX}}{b} = \frac{Eh^3}{4} \frac{y_l}{l^2} \quad (7)$$

となるから、ペアのデータにおいて y_l/l^2 が一致する振幅を読み取る。

図2と図3はステンレス鋼の外部減衰係数と内部減衰係数を示す。これらの係数の計算には、 y_l/l^2 が一定に保たれた条件ではりの長さのペアが3通りの場合を示しているが、2つの係数ともペアによる差異がなく再現性のある結果を得ている。

外部減衰係数 c_1 は、はりの単位長さ当たりの速度比例の抵抗を仮定した係数なので、はりの幅と共に増加する。そこで、この c_1 を用いてはりの幅によらない係数である単位面積当たりの減衰係数 $c=c_1/b$ で表すと、図4に示すように、はりの幅によらずにほぼ一定になる。しかし、 y_l/l^2 によって変動し、これが大きくなると c も増える傾向がある。

ここで、減衰に対する内部減衰と外部減衰の寄与する比率を考える。式(3)で減衰に関わる項は、

$$\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{c_1}{\rho A} + \frac{c_2}{E} \omega_1^2\right)l\right] \quad (8)$$

であり、これより外部減衰に対する内部減衰の比は、

$$\left[\frac{h^3}{12}\left(\frac{1875}{l}\right)^4 c_2\right] / \left(\frac{1}{b} c_1\right) \quad (9)$$

で表される。式(9)で表される比が1以上であれば、内部減衰の影響が大きいことになる。実験結果より得られた c_1, c_2 の平均値を用いてこの比を計算すると図5のように、真鍮は他の2つの材料に比べて内部減衰の影響が大きいことがわかる。また、はりの長さの増加と共に外部減衰の影響が無視できなくなる。

6. 結言

- (1) 固定端モーメントが大きくなると、減衰係数も増加する傾向がある。
- (2) 真鍮はステンレス鋼やアルミニウムに比べて減衰に占める内部減衰のえいきょうが大きい。
- (3) はりの長さが長くなると、外部減衰の影響が無視できなくなる。

参考文献

- 1) 妹澤 克惟, 他: 応用物理No3, (1932)
- 2) 互理 厚: 機械振動, 丸善 (1966)

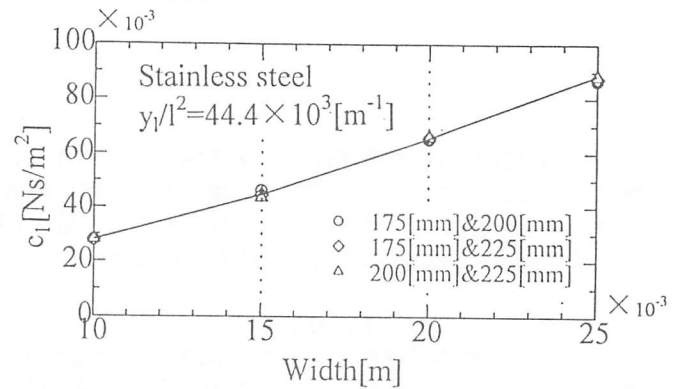


Fig.2 External damping coefficient

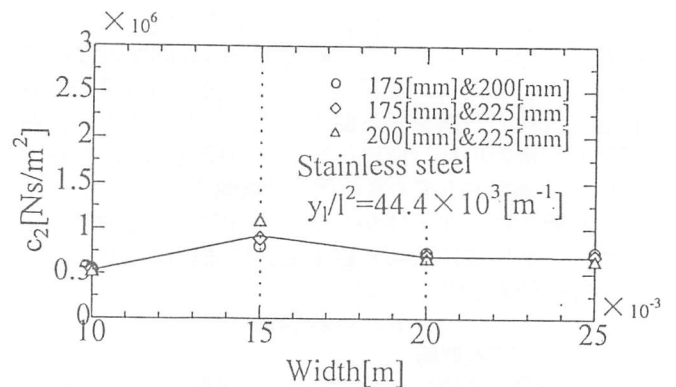


Fig.3 Internal damping coefficient

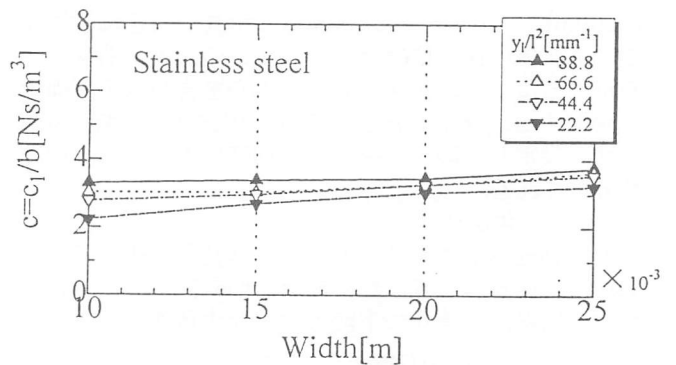


Fig.4 External damping coefficient per unit area

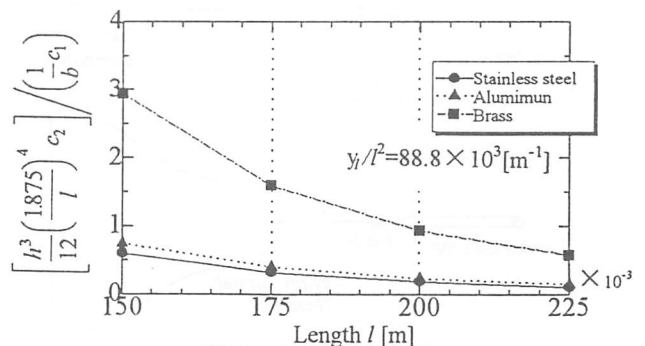


Fig.5 The rate of internal and external damping on damped vibration