

# 順序制約のあるジョブ・ショップスケジューリング問題のGAによる解法

旭川高専 ○平田 幸一 渡辺 美知子 古川 正志

## 要旨

順序制約のある多工程ジョブショップスケジューリング問題に対し、順序制約を保存する順序表現に基づいた遺伝子表現を作成し、それに基づいたGA演算を採用し、数値計算実験を行った。実験結果から最大滞留時間、平均滞留時間において十分実用的な解が得られることが分かった。

## 1. はじめに

個別生産方式のスケジューリングは対象となる 職場 (ショップ) や仕事 (ジョブ) の特性によって方法が異なるが、一つの仕事がいくつかの作業からなり、作業間に加工順序がある。その加工順序が一つの仕事に対して一通りしかない単純連続型のスケジューリングは、ジョブショップ・スケジューリングと呼ばれている。その最適スケジュールは実行可能な総スケジュール (アクティブスケジュール) からもっとも良いスケジュールを選択すればよい。しかし、仕事の数や工程の数が大きくなる場合には、困難となる。本研究ではジョブ・ショップスケジューリング問題での優先規則を守り、すなわち加工順序制約を保存し順序表現を採用したGA(Genetic Algorithm)を用いて最大滞留時間の最適解を求めることを実験し、その検討を行った。

## 2. 遺伝的アルゴリズム

遺伝的アルゴリズムGAの手続きは以下に示される。

- ・スキーマを文字列にコーディングする。
- ・スキーマ集団を取り扱う。つまり、一点探索ではなく多点探索を行う。
- ・文字列をデコードし、実現された個体集団の個々を評価する。
- ・淘汰により、次の世代の親となる集団を選ぶ。
- ・選ばれた集団にオペレータを施すことにより、新しい個体集団を生成する。
- ・このサイクルを繰り返すことにより個体集団のパフォーマンスを向上させる。

オペレータとしては突然変異(Mutation)、交叉(Cross-Over)などが使用される。

## 3. 問題の記述

ジョブショップ・スケジューリング問題は、以下のよう記述される。M機械にN個の仕事を与え、これを以下のよう記号で表す。

- Mi: i番目の機械 (i=1,2,...,n)
- Jj: j種類のジョブ (仕事) (j=1,2,...,m)
- Pi,j: MiによるJjの仕事の加工時間

それぞれの仕事Jjには、作業順序

$$S_j = \{Mjk, k \in I\} \quad (1)$$

が設定される。ここでI = {i}とする。本研究では以下の2つの評価を設定した。

## (1) 最大滞留時間の最小化

各機械Miの全てのジョブの終了時間の中で最も遅い完了時間を最小化する。

ここで以下を定義する。

Ti,j: j番目にMi機械でのJjジョブを加工する開始時間。

Fi,j: j番目にMi機械でのJjジョブを加工する終了時間。

Wi,j: j番目のジョブがj-1番目のジョブ終了時間からMi機械にとりかかるまでの待ち時間。

このとき、Mi機械でのJjジョブの終了時間は

$$\begin{aligned} F_{i,j} &= T_{i,j} + P_{i,j} \\ &= F_{i,j-1} + W_{i,j} + P_{i,j} \end{aligned} \quad (2)$$

k番目のジョブのMi機械の待ち時間とMi機械での加工時間の和は

$$\begin{aligned} R_{i,j} &= F_{i,j} - F_{i,j-1} \\ &= W_{i,j} + P_{i,j} \\ &= (T_{i,j} - F_{i,j-1}) + P_{i,j} \end{aligned} \quad (3)$$

となる。Mi機械での全加工時間は

$$\begin{aligned} T_i &= \sum_{j=1}^n R_{i,j} \\ &= \sum_{j=1}^n (F_{i,j} - F_{i,j-1}) \\ &= \sum_{j=1}^n W_{i,j} + \sum_{j=1}^n P_{i,j} \end{aligned} \quad (4)$$

従って、最大滞留時間の最小化は

$$Find \min_{k \in I} (\max_{i=1}^n T_i)$$

となる。

## (2) 平均滞留時間の最小化

各機械の終了時間の平均時間を最小にする。

$$Find \min_{k \in I} (\max_{i=1}^m \frac{T_i}{m})$$

となる。

## 4. GAの適用

### 4.1 遺伝子の設計

作業順序

$$S_j = \{Mjk, k \in I\} \quad (5)$$

が与えられるとき、式(5)を基に工程集合

$$Q_k = \{Mjk, j \in I\}, J = \{j\} \quad (k=1,2,\dots,n) \quad (6)$$

多目的

を作成する。集合 $Q_k$ について $k$ 番目の工程の各ジョブ $J_j$ を工作機械 $M_i$ に順序の割り当てとして実施し、これを順序表現として作成する。

$k=1$ から $n$ 迄、これを実施し、順に遺伝子として表現する。これを図1に示す。

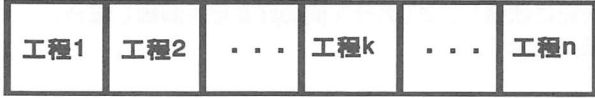


図1 ジョブの機械への割り当て表現

#### 4.2 スケジュールの作成

順序表現を基に、ジョブの機械への割り当てを変換する。各機械の $M_i$ の終了時間は以下のように決定する。

$$F_{ij,k} = \max(F_{i',k-1,j}, F_{i,j,k-1}) + P_{i,j,k} \quad (i' \neq i) \quad (7)$$

$F_{ij,k}$ は $k$ 工程での機械 $M_i$ ジョブ $J_j$ の終了時間、 $F_{i',k-1,j}$ はジョブ $J_j$ の $k-1$ 工程での時間である。各工程で $i'$ と $i$ は一致することがないので工程の順序が保存される。

#### 4.3 遺伝オペレータ

遺伝オペレータとして、淘汰、交叉、突然変異を採用する。

- (a)淘汰...上位20%をコピーし下位20%と入れ替える。
- (b)交叉...順序表現であるため、通常の交叉が適用可能。
- (c)突然変異...[1,n]から乱数で $k$ 工程を決定する。ついでに、工程内で順序表現の突然変異を適用する。

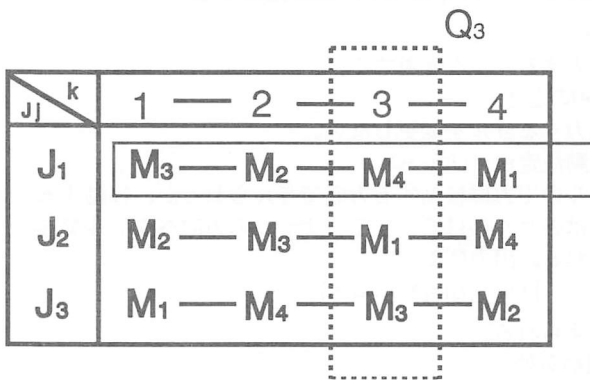


図2 3ジョブ4機械の工程集合の例

### 5. 数値計算結果

機械数20、ジョブ数20のデータを作成し、数値計算実験を行った。データの作成は機械の無駄時間が全くないように作成し、最適解が分かるようにした。実験条件は、淘汰圧0.2、突然変異0.3、交叉率0.5とした。図3~4に最大滞留時間及び平均滞留時間の評価を用いたときの収束状況を示す。また図5は図2で生成したスケジュールのガント・チャート図を示す。

これらから、十分実用的なスケジュールを求められることが示された。

### 6. おわりに

順序表現を保存する（工程順序の制約のある）ジョブショップ・スケジューリング問題に対し、順序表現を利用したGAの解法を示した。本方法は、工程順にスケジュールが決定するため、他の評価（例えば、納期遅れや休業時間の制約）にも十分に対応できると考えられる。

今後、多目的スケジューリングに対する方法が必要であると思われる。

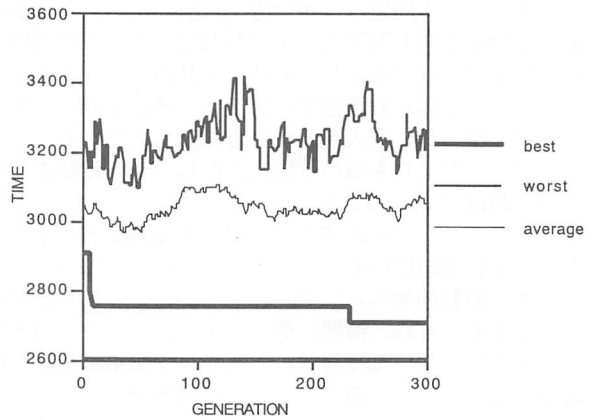


図3 最大滞留時間のGA適用結果

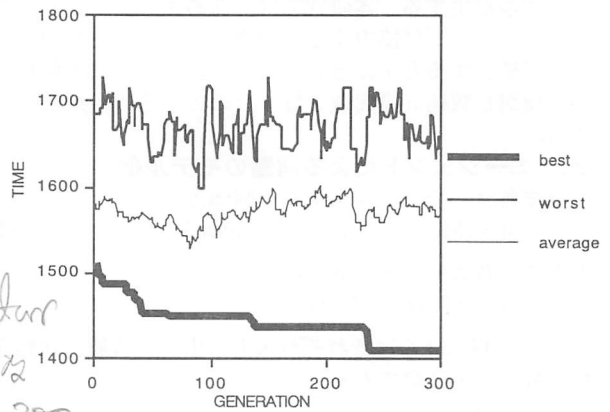


図4 平均滞留時間のGA適用結果

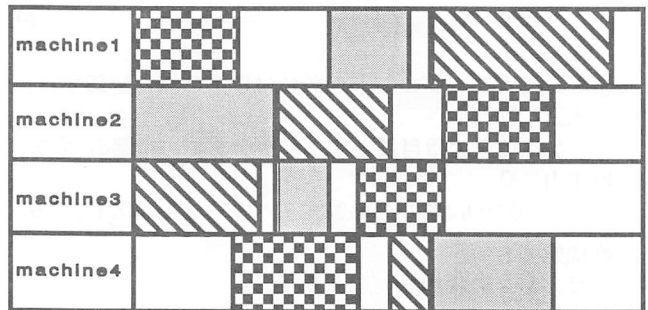


図5 図2のガント・チャート

#### 参考文献

- 1)村松林太郎：生産管理の基礎，国元書房（1971）
- 2)関根智明：スケジューリングの理論，日刊工業新聞社（1971）