

C-Obstacle の幾何モデル表現とそれを用いたカム機構の解析

北海道大学大学院工学研究科 ○ 山野内理晃 田中文基 岸浪建史

要旨

C-patchを用いて配位空間における障害物 (C-Obstacle) を表現する方法は特定の幾何要素を介する物体間の接触を満たす領域をパラメータによって示すことができるが、複数のC-patchを組合せる場合、交差部分の算出に膨大な記憶容量と計算量が必要となる。そこで本研究では、これらを削減するために位相幾何学的表現を導入したC-Obstacle geometric modelの生成法を提案しカム機構に適用する。

1. はじめに

配位空間を用いることにより、障害物を考慮しながら物体の運動可能な位置と姿勢に対する領域を導出することが可能になる。特に複数の物体が接触しながら運動する場合には有効である。C-patchを用いて配位空間における障害物 (C-Obstacle) を表現する方法[1]は特定の幾何要素を介する物体間の接触を満たす領域をパラメータによって示すことができるが、複数のC-patchを組合せる場合、交差部分の算出に膨大な記憶容量と計算量が必要となる。そこで本研究ではこれらを削減するために、位相幾何学的表現を導入したC-Obstacle geometric modelの生成法を提案し、カム機構に適用する。

2. 配位空間

二つの物体の空間配置関係について考える。一方を物体 B (参照物体) とし作業空間に固定する。参照物体 B に対する他方の物体 (ターゲット物体 A) の位置と姿勢の成分を座標値 q とする空間を配位空間と定義する。作業空間の座標系に対するターゲット物体の座標系の角度を θ 、作業空間における、物体 A と物体 B が干渉する配位空間における領域を参照点の軌跡として表したのが C-障害物 CB (C-Obstacle)、接触拘束を満たす領域 (C-Obstacle の表面部分) を CB_{contact} 、C-Obstacle の θ 断面 (作業空間におけるターゲット物体の姿勢 θ に対する干渉領域) を CB^θ 、 CB^θ の輪郭を CB^e と定義する (図1参照)。

3. C-Obstacle geometric model の生成方法

C-Obstacle geometric model を生成する方法を図2に示す。最初に CB^θ を生成し、その輪郭 CB^e_{contact} から Reeb グラフを作成する。次に、Reeb グラフから特異点を抽出し、特異点を含む CB^e_{contact} を選択する。そして、選択された CB^e_{contact} をスプライン関数で記述し、 CB^e_{contact} 間にホモトピーを用いて表面を生成する。

3.1 特異点

特異点は関数の極大値、極小値、変曲点に相当する。

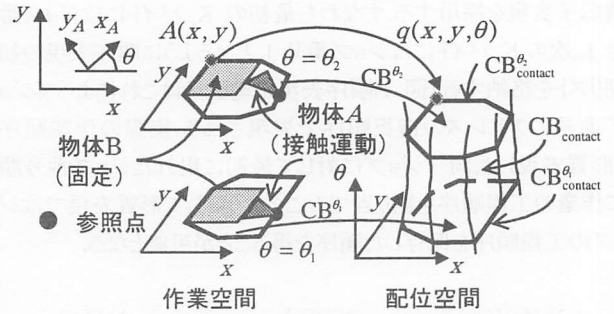


図1 作業空間における干渉領域と配位空間における表現法

そのため、特異点は物体の位相と密接に関係しており、物体の位相的な骨組を表現する。特異点間では物体のホモトピー型が変化しないため、物体の特異点を抽出することにより、形状の抽出を行うことが可能となる[2]。特異点を抽出する方法として Reeb グラフを用いる。

3.2 Reeb グラフ

Reeb グラフは各輪郭をノードとして表現し、2つの連続的な断面において輪郭間の位相関係を示す。このグラフの作成法として、品川他が提案した自動生成アルゴリズムを用いる[3]。最初に異なる連続した断面上の輪郭間に重み w (式 (1)) を与える。

$$w(L_i, L_k^{j+1}) = \frac{n_i^j D_j}{\sum_{m=0}^{n_i^j} f(x_{i,m}^j, L_k^{j+1})} \quad (1)$$

ここで、 L_i は断面 j の i 番目の輪郭、 D_j は交差断面 j と $j+1$ との距離、 n_i^j は断面 j の輪郭 i の頂点数、 $x_{i,m}^j$ は断面 j の輪郭 i の m 番目の頂点、 $f(x, A)$ は、点 x と輪郭 A 上の点 y との距離の最小値であり式(2)で与えられる (図3参照)。

$$f(x, A) = \min_{y \in A} d(x, y) \quad (2)$$

ここで、 $d(x, y)$ は、点 x と点 y との距離である。次に輪郭数が等しい断面上の輪郭間を結合する。輪郭数が異なる場合、重み関数値に従い輪郭を結合させる。こ

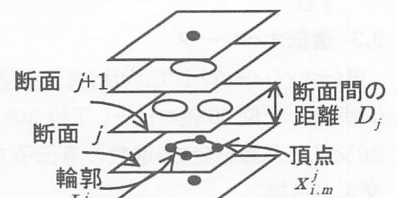


図3 Reebグラフ生成に用いられる要素

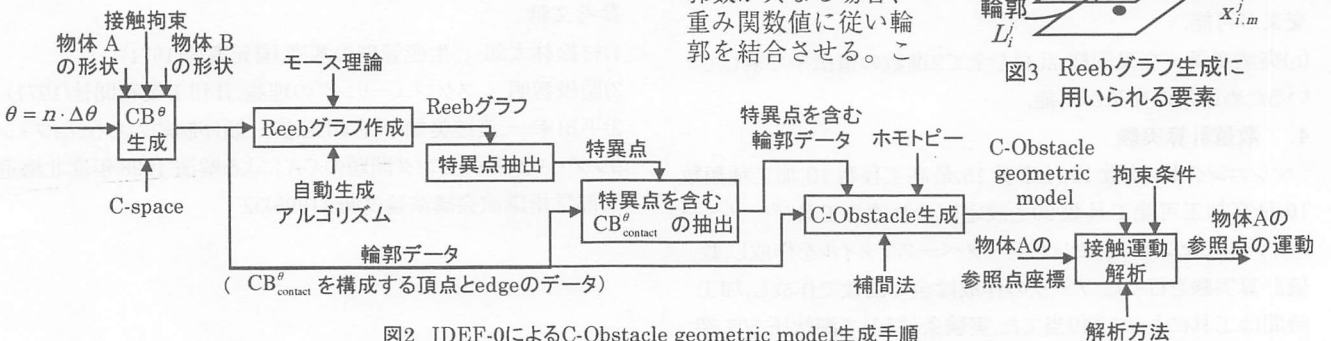


図2 IDEF-0によるC-Obstacle geometric model生成手順

のようにして作成したグラフの頂点が特異点となる。例としてトーラスのReebグラフを図4に示す。

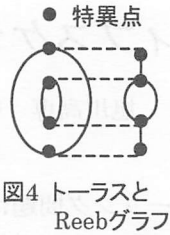


図4 トーラスとReebグラフ

3.3 特異点を含むCB^θ_{contact}の抽出

前述したように、特異点間では物体のホモトピー型が変化しない。つまり、特異点を境に物体形状は変化する。そのため、物体輪郭から物体を再構築するには、特異点を含む輪郭CB^θ_{contact}の抽出が必要とされる。Reebグラフにより特異点が抽出されているため、特異点を含む輪郭CB^θ_{contact}は簡単に選択される。特異点が存在しない場合は、最上面と最下面のCB^θ_{contact}を用いる。

3.4 CB^θ_{contact}のスプライン表現

輪郭間にホモトピーを用いて表面を生成するためには、輪郭CB^θ_{contact}を関数で記述する必要がある。本研究ではCB^θ_{contact}の表記法として式(3)で示すスプライン関数を用いる。

$$P(s) = [H_{0,0}(s) \ H_{0,1}(s) \ H_{1,0}(s) \ H_{1,1}(s)] \times [Q_{i-1} \ Q_i \ \dot{Q}_{i-1} \ \dot{Q}_i] \quad (3)$$

ここで $H_{i,k}$ は重み関数、 Q_i は頂点座標、 \dot{Q}_i は接線ベクトルである。

3.5 ホモトピーを用いた表面生成

ホモトピーは次のように定義される
 定義: X と Y を位相空間とする。2つの連続写像 $P(s), P'(s): X \rightarrow Y$ に対して式(4)を満たす連続写像 $P: X \times I \rightarrow Y$ が存在するとき、 $P(s)$ と $P'(s)$ はホモトープである。ここで、 $I = [0,1] \subset \mathbb{R}$ である。また、 P を $P(s)$ と $P'(s)$ を結ぶホモトピーと言う。

$$\begin{cases} P(s,0) = P(s) \\ P(s,1) = P'(s) \end{cases} \quad (4)$$

上部輪郭、下部輪郭をそれぞれ $P(s,1)$ 、 $P(s,0)$ に対応させ、ホモトピー $P(s,t)$ を用いてその輪郭間を表現する。つまり、輪郭間に生成される表面を曲面式で表現する。

表面の生成は特異点を含むCB^θ_{contact}間で行われる。ホモトピーを用いることにより上部輪郭CB^θ_{contact}から下部輪郭CB^θ_{contact}への滑らかな変換の軌跡として生成される。図5は、スプライン補間(式(5))を用いたホモトピーの一例である。

$$P(s,t) = [C_{0,0}(t) \ C_{0,1}(t)] \times [P(s,0) \ P(s,1)]^T \quad (5)$$

ここで補間係数 $[C_{0,0} \ C_{0,1}]$ を決定するため、特異点を含むCB^θ_{contact}以外のCB^θ_{contact}を必要としている。

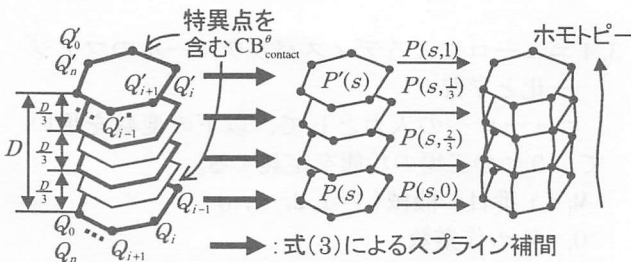


図5 スプライン補間を用いた輪郭線生成とホモトピーによる表面生成

4. カム機構の解析に対する適用

本研究で提案したC-Obstacle geometric modelをカ

ム機構に適用する。図2の手順に従ってC-Obstacle geometric modelを生成する。作業空間においてターゲット物体Aを $\Delta\theta$ 回転させたときの θ に対し、その都度干渉領域CB^θを生成する(図6参照)。各CB^θの輪郭CB^θ_{contact}とその頂点を用いてReebグラフを作成する。このReebグラフは図7に示すように、特異点が存在しない。この場合、最上面と最下面、そしてスプライン補間(式(5))を行うための2つのCB^θ_{contact}を用いてC-Obstacleの表面CB_{contact}を生成する。

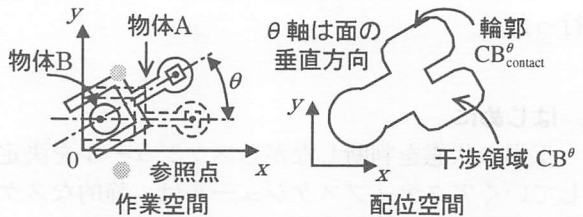


図6 カム機構の配位空間における干渉領域

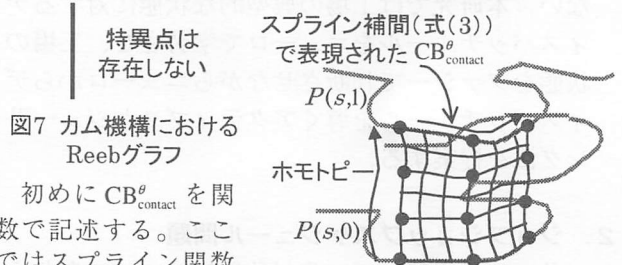


図7 カム機構におけるReebグラフ

初めにCB^θ_{contact}を関数で記述する。ここではスプライン関数(式(3))を用いる。

図8 ホモトピーで表現されたCB_{contact}
 CB^θ_{contact}は閉じた曲線であるので、その条件を用いることにより各頂点の接線ベクトル \dot{Q}_i が導出され、スプライン関数が定義される。次にホモトピーを用いて、選択された4つのCB^θ_{contact}間に曲面が生成される(図8参照)。最下面のCB^θ_{contact}を表した式を $P(s,0)$ 、最上面のCB^θ_{contact}を表した式を $P(s,1)$ とする。残り2つのCB^θ_{contact}は補間係数 $[C_{0,0} \ C_{0,1}]$ を決定するために用いられる。

式(5)は次のような意味をもつ。パラメータ t によりCB^θ_{contact}が決定する。そして、パラメータ s により配位空間での座標 (x, y, θ) が決定される。このように、式(5)によりターゲット物体の位置と姿勢が決定されることがわかる。

5. 結論

配位空間における障害物(C-Obstacle)を表現する為に必要な記憶容量と計算量を削減するために、本報では、位相幾何学的表現を導入したC-Obstacle geometric modelの生成法を提案した。また、提案したC-Obstacle geometric modelをカム機構に適用した。

参考文献

[1]徳永他、配位空間における接触拘束表現を用いた組立品の機構モデル、精密工学会誌、63、8(1997)1081
 [2]Y.Shinagawa et.al、Shape Modeling and shape analysis based on Singularities、Int. J. Shape Modeling、2、1(1996)851
 [3]Y.Shinagawa et.al、Constructing a Reeb graph automatically from cross sections、IEEE CG&A、11、6(1991)44