207

関数整形を用いたカオス的最適化

苫小牧工業高等専門学校　　○三上 剛
北海道大学工学部　山口明宏　三上貞芳　和田充雄

要　旨

本研究は，カオス力学系を用いた最適化手法と，最適解の存在領域を明示的に指標化する関数整形を用いたハイブリッドな最適化手法を提案する．この手法により，高次元の関数最適化に対して，探索の高速化および大域的最適化の実現が可能となる．

1　はじめに

移動ロボットの最適経路探索，障害物回避などの経路プランニングは，一般に，指数関数的な探索空間の爆発を生む最適化問題であり，局所解へトラップされることから大域的最適化が困難とされている[3]．このような問題において，大域的最適解，または工学的に意味のある準最適解を確実にかつ高速に発見することが必要不可欠となる．しかし現実には，工学的に無意味な局所解も多数含んでいるため，決定論的な探索手法では，このような意味をなさない局所解への収束を避けることができず，また，SA などの確率的な手法では，局所解への収束をさけるためには非現実的な長時間が必要とされている．以上の点を改善する手法として，近年，カオス的最適化法が注目されている[2],[3],[4]．本稿では，多峰性関数の最適化問題に対して，大域的最適解を高速で獲得する手法を提案する．そのために，

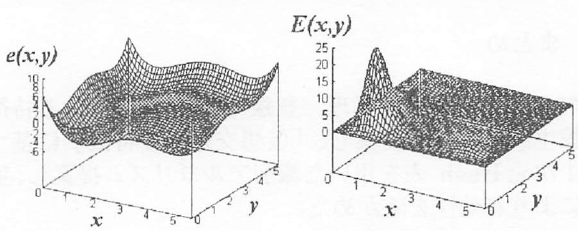
・カオス力学系を用いることによる大域的探索
・発見した解の最適性を明示的に指標化

以上の二点について考慮した．

2　提案手法

2-1　関数の整形

最適化問題における解の大域的最適性は，全探索領域における他の解と比較することによって初めて判断できる．つまり，必然的に大域的な探索を行う必要があり，探索の初期においては，最適解を発見しても，その保証が得られない．



(a). 評価関数　　(b). 整形後の評価関数

図 1　評価関数の整形 ($\gamma=0.2,\ e_0=2.0$)

このような保証を得るために従来手法では，長時間かけて全域探索を行っていた．この点を改善するために本稿では，評価関数を指数関数的に釣り上げる手法について着目し[1]，局所解と最適解を明確に差別化することを考える．その結果，最適解の存在領域ではピーク値をとり，それ以外の領域ではほぼ 0 に近い値を取るようになる（図 1 参照）．

このように解の最適性を明示的に指標化すると，最適解の存在領域を特定できるため，探索ダイナミクスをこの領域内で安定化させることにより，従来のような長時間探索を行う必要がなくなる．関数の整形は，以下の式を用いる．

$$E(\mathbf{x}) = \exp\{\gamma(e(\mathbf{x}) - e_0)\} \Big/ \int_U \exp\{\gamma(e(\mathbf{x}) - e_0)\} d\mathbf{x} \quad (1)$$

ここで $e(x)$ は評価関数であり，$E(x)$ は，最適解近傍でピーク値をとる関数である．

これにより，探索の初期において解を発見したとしても，大域的最適性としての評価値が高ければ，それを工学的に意味のある最適解として直ちに保証することが出来る．なお，分母の積分計算はモンテカルロ法を用いて，探索の初期段階において計算する．そのため，ある程度は全域探索によって評価値のサンプリングを行わなければならない．しかし，この積分値は局所解と最適解との差を増大させた時，その相対的な大小関係を計算機の有限範囲内で表すために用いるため，厳密な精度を要求されない．したがって，サンプリング数はわずかであっても整形の効果は十分現れる[1]．

2-2　カオス的最適化とアニーリング

カオス的最適化は，カオスの有する確率的な挙動を生かした解の探索手法であり，様々な形態の手法が提案されている[2],[3],[4]．本稿では，谷の提案したカオス的最急降下法(Chaotic Steepest Descent Method; CSD Method)を基本とした手法を提案することにした．CSD 法は以下の式で与えられる．

$$m\ddot{\mathbf{x}} + f_0(\dot{\mathbf{x}}, \omega t) = -\alpha \nabla e(\mathbf{x}) \quad (2)$$

CSD 法は，局所解へ漸近収束する安定性と，局所解から脱出して新たに探索を始める不安定性を周期的に発生させることで，従来の決定論的探索法の有するリヤプノフ安定性を部分的に崩し，局所解への吸収を妨げる効果をもつ．カオスの効果は，漸近収束した際，局所解と漸近解との微少な差を増幅させ，その後の振る舞いを確率的な挙動にするところにある．

また，このようなカオス的な挙動を徐々に抑えていき，最終的にある一つの解（大域的最適解）に収束させる手法も提案されている．これは，いわゆる SA におけるアニーリング計画をカオス的挙動に適用したものであるが，この手法では，大域的最適解への収束を実現するために長時間かけて徐々に冷却しなければならない．つまり，結局は解の保証を得るために長時間探索を行う必要がある．本稿では，冷却スケジュールを長時間かけて行うのではなく，最適解近傍で急冷させる手法を実現する．

こような冷却を実現するために，整形後の関数値を適用することを試みた．CSD 法における第二項の式 f_0 を以下のような式として提案する．

$$f_0(\mathbf{x},\dot{\mathbf{x}},\omega t) = \{f_1(\omega t) + g(E(\mathbf{x}))\}\dot{\mathbf{x}} + d_2\dot{\mathbf{x}}^2\,\mathrm{sgn}(\dot{\mathbf{x}})$$

$$\begin{cases} f_1(\omega t) = d_0 \sin \omega t + d_1 \\ g(E(\mathbf{x})) = g_0/(1+\exp[-(E(\mathbf{x})-g_0\}]) \\ g_0 = \min|f_1(\omega t)| \end{cases} \tag{3}$$

ここで f_1 は周期的な関数であり，この値が正の時は探索ダイナミクスは安定化し局所解へ収束するのに対し，負の値の時は，ダイナミクスは不安定化し，局所解から離れていく．本手法では f_1 に加えて $g(F(x))$ の項を付与した．$g(E(x))$ は，最適解でピーク値をもつ関数 E に安定限界値で閾値をとるシグモイド関数で変換したものである．したがって，最適解近傍において $g(E(x))$ の値は常に安定限界値 g_0 となり，$f_1+g(E(x))>0$ が成立するため，最適解近傍における収束ダイナミクスを実現できる．

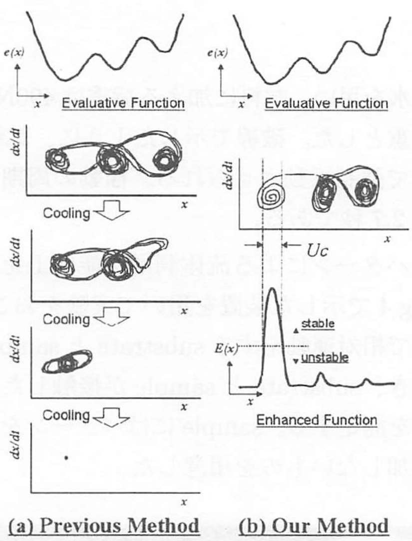


図2　従来のアニーリング手法と本提案手法

3　実験

まず，一次元の関数を例に，探索ダイナミクスのアトラクタについて考察した．評価関数は，以下のような式である．

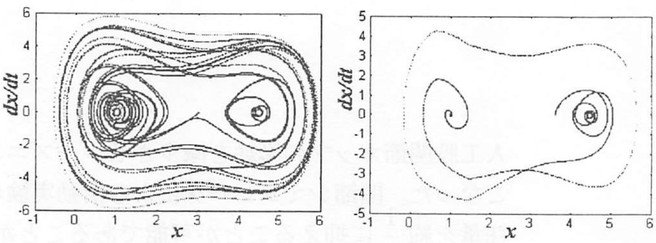
$$e(x) = 0.25x^4 - 2.83x^3 + 10.5x^2 - 13.5x + 12.0 \tag{4}$$

ただし，各パラメータは，$m=2.0,\ d_0=1.0,\ d_1=-0.3,\ d_2=02,\ \omega=0.3,\ \alpha=1.0$ に各々設定した．アトラクタは，図3 (a), (b) に示すようになった．CSD 法では，カオスの特性であるアトラクタのフラクタル構造が見られる．一方，本手法では，探索の初期においては CSD 法と同じ挙動を示すが，最適解近傍の安定領域に差し掛かるとカオス的な性質が急激に抑えられ，最適解へと漸近収束する様子が確認できる．次に，(4)式を二次元に拡張した評価関数を用いて探索した．

$$e(x) = 0.25(x^4+y^4) - 2.83(x^3+y^3) + 10.5(x^2+y^2) - 13.5(x+y) + 12.0 \tag{5}$$

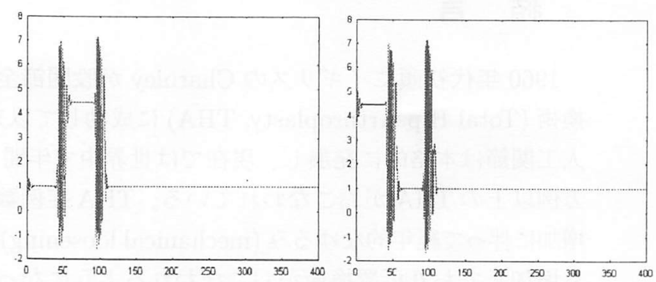
図 4 に本手法を用いたときの探索過程の時間変化を示す．また，二次元の評価関数および，整形後の関数は，図 1 (a), (b) のようになる．整形に要するパラメータは，$\gamma=0.2,\ e_0=2.0$ であるが，探索に要する各パラメータは CSD 法を用いた時と同一としている．

従来のアニーリング法では，多数の解を何度も遍歴し，局所解への収束を徐々に妨げながら最適解へと収束していく（図2(a)参照）．つまり，冷却する過程において最適解を幾度も訪れることになる．本手法を用いることによって，最適解へ一度でも漸近すると直ちに安定化し，収束させることが可能となる（図 2(b)参照）．実験の結果，図 4(a), (b)にその様子が確認できる．



(a). CSD 法　　(b). 本手法

図 3　探索ダイナミクスのアトラクター



(a). x 軸成分　　(b). y 軸成分

図 4　探索ダイナミクスの時系列変化

4　おわりに

本稿では最適化問題において，高速になおかつ確実に最適解を獲得する手法について述べた．具体的には，CSD 法を用いた探索法と関数の釣り上げ整形について着目した．CSD 法によるカオス的なダイナミクスは，局所解への永続的な収束を避ける効果を持ち，関数の整形は，解の最適性を明示的に指標化することが出来る．これら双方を融合させることにより，最適性の高い解を短時間で獲得する手法を提案した．今後，本手法を多次元の大規模最適化問題に適用した場合について従来手法との比較検討を試みる．

参考文献

[1] 津田，”モンテカルロ法とシミュレーション”，培風館, 1969

[2] 谷，”カオス的最急降下法を適用したニューラルネットにおける学習および記憶想起の動特性について”，電子情報通信学会論文誌, Vol.J74-A No.8, pp.1208-1215,1991

[3] Tani, J., "Model-Based Learning for Mobile Robot Navigation from Dynamical Systems Perspective", *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 1996

[4] 内田他，”カオス的最急降下法を用いた最小値探索と BP 法への応用”，電子情報通信学会論文誌, Vol.J78-A No.11, pp.1516-1518,1995

[5] Mikami,T., et al., "Chaotic Search Strategy with Landscape Enhancing for Global Optimization", *IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*, 1999