

数式処理システムを用いた工作機械の誤差解析

旭川高専 ○山田 充訓 今野 廣

1. 結論

工作機械による加工運動は、工具と被削材間の連続的なリンク機構と表現することが出来る。数学的には、各要素固有の座標系の連続した座標変換と考えることで、数学モデルが作成できる。本研究では、数式処理システム Mathematica を用いて工作機械の形状創成運動を表す数学モデルを作成することにより、設計の妥当性を数学的に解析する一手法について考察する。

2. 概要

工作機械を被削材から始まり工具で終わる剛体の連鎖と考える。例として図1に示す3軸フライス盤で考えると、この連鎖は図2の様に表せる。

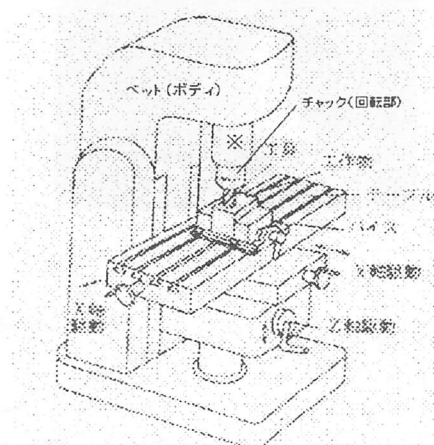


図1 フライス盤の一例

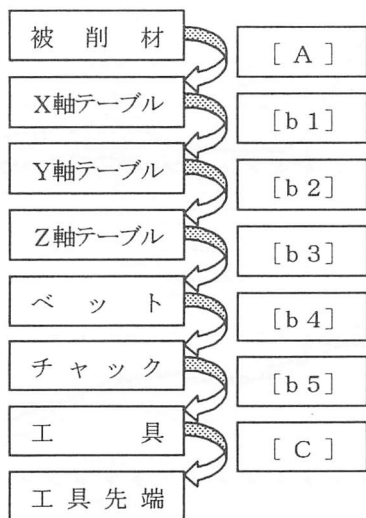


図2 工作機械の数学モデル

各要素間の相対変異を表す座標変換マトリクスを図2の様に示し、工具形状ベクトルを r_t とすれば、形状創成関数 r は以下の式で表される。

$$r = [A] [b1] [b2] [b3] [b4] [b5] [C] r_t \quad (1)$$

ここで [A], [b i], [C] は X, Y, Z 軸の平行移動、あるいは X, Y, Z 軸まわりの回転を表す座標変換マトリクスである。

r は被削材の座標系で表した工具の加工点の位置ベクトルである。工具の加工運動を定義すれば、(1)式を用いて誤差を含まない公称加工形状を表すことが出来る。

一方、加工運動においては種々の誤差を発生するが、誤差の種類は大きく二つに大別して計算することが出来る。すなわち工作機械の相対要素間に生じるズレ等の構造的な誤差と、要素自身の変形による力学的誤差である。

<1> 構造的な誤差

各軸方向の移動距離や各軸ガイドの直進性等の誤差や、隣接する軸との直角度のズレなどが誤差要因となる。これらの誤差は (1) 式のマトリクス間に以下に示す誤差マトリクス [e] を挿入する事で表せる。

$$[e] = \begin{pmatrix} 0 & -\gamma & \beta & \delta x \\ \gamma & 0 & -\alpha & \delta y \\ -\beta & \alpha & 0 & \delta z \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

ここで、 $\delta x, \delta y, \delta z$ は、それぞれ X, Y, Z 軸方向の並進誤差、 α, β, γ は、それぞれ X, Y, Z 軸回りの回転誤差を表す。

誤差を考慮した形状創成関数は以下になる。

$$r = [A] [e1] [b1] [e2] [b2] [e3] [b3] [e4] [b4] [e5] [b5] [e6] [C] r_t \quad (3)$$

<2> 力学的な誤差

各要素の変形による誤差。切削力による要素のたわみ、ねじれ、熱変形、振動など、種々な原因が考えられる。数学モデルではこれらの誤差が数式的に表現される場合には座標変換マトリクスに直接数式を代入することで表現できる。

例えばチャック取り付け部 (図1の※部) を曲がりはりとして考えた場合、ヤング率を E、断面二次モーメントを I、拘束条件として X 軸方向への直線切削であるとし、工具の長さを l、(※) 部分の長さを L、工具先端にかかる力を F とすると、この場合の誤差マトリクス [e] は以下の (4) 式で表される。

$$[e'] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & F(2L^3+3L^2)/6EI \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -L \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

3. 解析例

以下に半球状の形状を加工した時の加工形状を例を Mathematica を用いて出力した例を示す。工具は点接触工具とした。(すなわち、 $r_c=[0,0,0,1]$ として計算)

図3は誤差を含まない公称加工形状である。図4は工具のチャック取り付け誤差を含む場合の加工形状であり、図5は力学的誤差を含む場合の例である。

図4の場合、式(3)における誤差マトリクス $[e6]$ を次式で表す。

$$[e6] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \delta x \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

(5)式は、図6に示すように、工具中心がチャック中心から δx だけズレていることを意味する。視覚的に分かり易くするために、 δx は公称加工形状における半径の25%としている。

図5はチャック取り付け部の弾性変形を考慮した場合の加工形状である。結果を分かり易くするために、この部分の断面形状を、縦横比1:10の長方形としている。加工条件として、切り込み量及び送り速度は一定(切削力の大きさは等しい)とし、切削経路は半球頂点より螺旋状とする。すなわち図7に示すように、切削力は常に工具の進行軌跡の接線方向にかかるとしている。

4. 考察

現モデルでは力学的な誤差の表現は、誤差を数式で表現できる場合に限られている。一般的な誤差を表現するためには、有限要素法等の解析結果を数学モデルに取り込む必要がある。

5. 参考文献

- 稲崎 一郎、岸根 健史、竹内 芳美、木村 延広：
工作機械の形状創成理論、養賢堂 (1997)

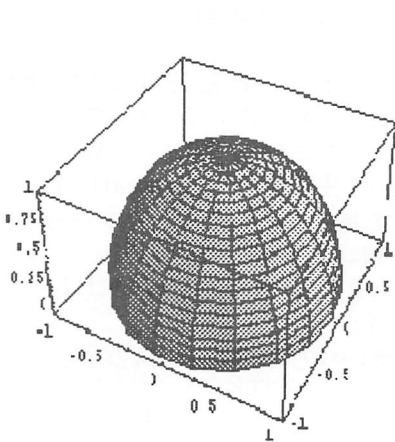


図3 公称加工形状

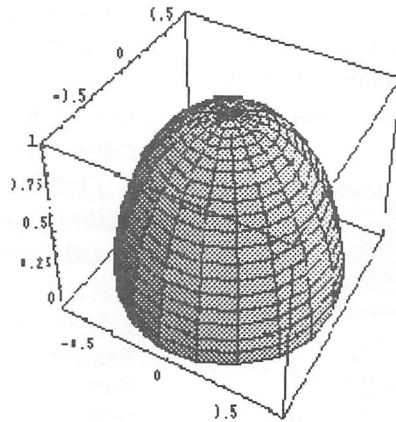


図4 構造誤差の例

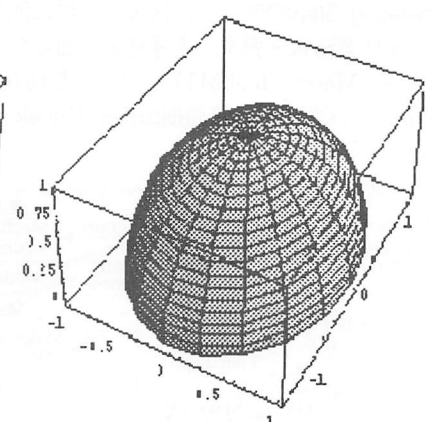


図5 力学的誤差の例

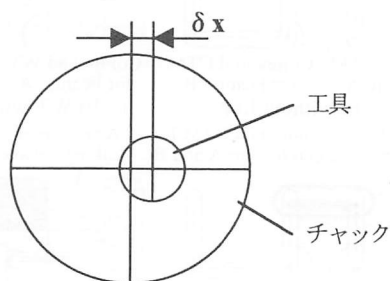


図6 (5)式における δx

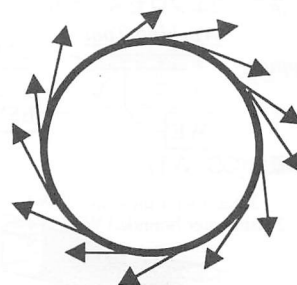


図7 図5の例における切削力の推移