

フレキシブルビームの曲げ振動に及ぼす外部及び内部減衰の分離評価

室蘭工業大学 ○笹森 良, 西田 公至, 齊当 建一

要 旨

本研究では、片持ち梁の曲げ振動について、減衰を外部流体からの抵抗による外部減衰と材料内部の粘弾性的な挙動による内部減衰とに分離して評価する。まず外部及び内部減衰の影響を考慮した梁の曲げ振動運動方程式を立て、次に式の理論解と梁の曲げ振動実験で得られた振動波形より外部減衰係数 c_1 と内部減衰係数 c_2 を求める。そして梁の材質や形状の違いが各減衰係数値に及ぼす影響を検討する。

1. 緒 言

現在人類の活動場所は深海から宇宙空間まで広範囲に及んでいる。そうした過酷な環境の下で人の代わりとなって作業を行うロボットアームは、さらなる小型軽量化が求められている。しかし軽量化に伴う剛性の低下や部材の柔軟化は、アーム作動時の振動の発生という問題を引き起こす。従って、宇宙空間や水中など異なる環境で使用される柔軟性の高い部材のより高度な制振を行うために、振動における減衰を材料内部の内部減衰と外部流体の抵抗による外部減衰に分離して評価しておく必要がある。

そこで本研究ではフレキシブルビームのような柔軟な構造部材を片持ち梁によりモデル化する。梁の曲げ振動実験から得られた振動応答と理論解析により外部減衰係数と内部減衰係数を求め、梁の材質や形状の違いが各係数値に及ぼす影響を検討する。

2. 理論解析

曲げ振動における片持ち梁の微小要素を Fig.1 に示す。梁の長さを l 、幅を b 、厚さを h とし、固定端からの距離を x 、中立軸からの距離を y とし、ベルヌーイ・オイラーの仮定に基づき両減衰を考慮した梁の自由振動を表す運動方程式を立てると次のようになる。

$$c_1 \frac{\partial y}{\partial t} + \rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + c_2 l \frac{\partial^5 y}{\partial t \partial x^4} = 0 \quad \dots (1)$$

ここで、 $c_1 (=c \cdot b)$ 、 c_2 は外部及び内部減衰係数、 E は梁の縦弾性係数、 I は断面二次モーメント、 ρ は密度、 A は断面積である。

梁が初期変位 y_0 、初速度 0 で開放されるという条件のもとで式(1)を解くと、振動応答は次式のようになる。なお、2次の振動モード以降の微小項は省略する。

$$y(x,t) = 6y_0 \frac{\xi(x, \beta_1)}{(\beta_1 l)^4} \frac{\sqrt{\omega_1^2 - \frac{c_1 c_2}{\rho A E} \omega_1^2}}{\sqrt{\omega_1^2 - \frac{1}{4} \left(\frac{c_1}{\rho A} + \frac{c_2}{E} \right) \omega_1^2}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{c_1}{\rho A} + \frac{c_2}{E} \right) \omega_1 t} \times \sin \left(\sqrt{\omega_1^2 - \frac{1}{4} \left(\frac{c_1}{\rho A} + \frac{c_2}{E} \right) \omega_1^2} t + \phi \right) \quad \dots (2)$$

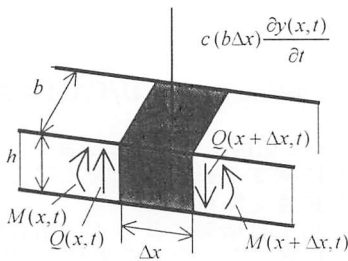


Fig.1 Forces acting on a beam element

ただし、
$$\xi(x, \beta_1) = \frac{\zeta(x, \beta_1)}{\sinh \beta_1 l \cos \beta_1 l - \cosh \beta_1 l \sin \beta_1 l}$$

$$\zeta(x, \beta_1) = (\cosh \beta_1 l + \cos \beta_1 l)(\sinh \beta_1 x - \sin \beta_1 x) - (\sinh \beta_1 l + \sin \beta_1 l)(\cosh \beta_1 x - \cos \beta_1 x)$$

$$\tan \phi = \frac{\sqrt{\omega_1^2 - \frac{1}{4} \left(\frac{c_1}{\rho A} + \frac{c_2}{E} \right) \omega_1^2}}{\frac{1}{2} \left(\frac{c_1}{\rho A} + \frac{c_2}{E} \right) \omega_1^2}$$

また、1次モードの固有振動数 ω_1 は次式で示される。

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \beta_1^2 = \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \left(\frac{1.875}{l} \right)^2 \quad \dots (3)$$

次に、式(2)より対数減衰率 δ を求めると、

$$\delta = \frac{1}{2} \left(\frac{c_1}{\rho A} + \left(\frac{1.875}{l} \right)^4 \frac{c_2 l}{\rho A} \right) T_d \quad \dots (4)$$

となる。ここで T_d は減衰固有周期である。

梁の厚さを $h=h_1, h_2$ とし、式(4)を連立させて外部及び内部減衰係数 c_1, c_2 を求めると次のようになる。

$$c_1 = \frac{2\delta_1 \rho b h_1}{T_{d1}} - 2\rho b h_1^3 \left(\frac{1}{T_{d1} T_{d2}} \right) \left(\frac{\delta_1 h_1 T_{d2} - \delta_2 h_2 T_{d1}}{h_1^3 - h_2^3} \right) \quad \dots (5)$$

$$c_2 = 24\rho \left(\frac{l}{1.875} \right)^4 \left(\frac{1}{T_{d1} T_{d2}} \right) \left(\frac{\delta_1 h_1 T_{d2} - \delta_2 h_2 T_{d1}}{h_1^3 - h_2^3} \right) \quad \dots (6)$$

また、梁の厚さの変化に対する c_1, c_2 の変化を調べるときには、梁の長さを $l=l_1, l_2$ として式(4)を連立させる。すると c_1, c_2 は次のようになる。

$$c_1 = \frac{2\rho b h}{l_1^4 - l_2^4} \left(\frac{\delta_1}{T_{d1}} l_1^4 - \frac{\delta_2}{T_{d2}} l_2^4 \right) \quad \dots (7)$$

$$c_2 = \frac{2}{1.875^4} \frac{\rho b h}{l} \frac{l_1^4 l_2^4}{l_2^4 - l_1^4} \left(\frac{\delta_1}{T_{d1}} - \frac{\delta_2}{T_{d2}} \right) \quad \dots (8)$$

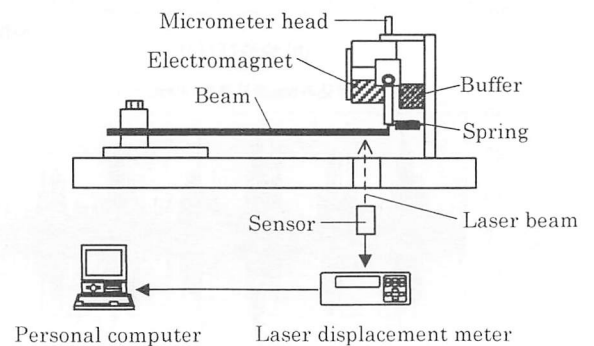


Fig.2 Experimental setup

Table.1 Dimensions and values of physical properties of beams

	Stainless steel	Duralumin
Length [mm]	130, 140, 150	
Width [mm]	10, 15, 20	
Thickness [mm]	0.5, 0.8, 1.0	0.8, 1.0, 1.2
Density [kg/m ³]	7.93 × 10 ³	2.80 × 10 ³
Young's Modulus [Gpa]	197	70

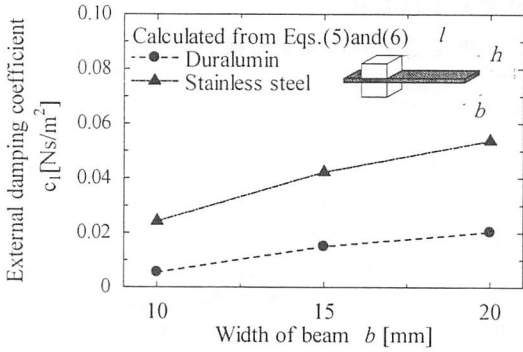


Fig.3 The relation between external damping coefficient and width of beam ($l = 140$ [mm])

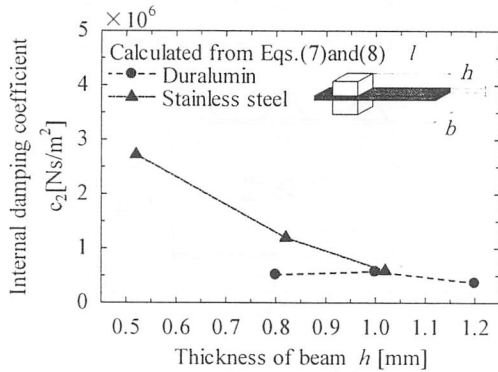


Fig.4 The relation between internal damping coefficient and thickness of beam ($b = 10$ [mm])

3. 実験装置及び実験方法

本実験で用いる梁の寸法と物性値を Table.1 に、曲げ振動実験装置の概略図を Fig.2 にそれぞれ示す。梁の一端をブロックで挟みボルトで固定し片持ち梁としている。自由端に弾性域内で初期変位を与えて解放し、振動振幅をレーザー変位計で測定する。得られた振動波形より対数減衰率と減衰固有周期を求め、理論式に基づき外部及び内部減衰係数 c_1, c_2 を算出する。なお、理論では考慮しなかった固定端での摩擦等による減衰の影響を均一化するために、固定端での梁の単位幅当たりの曲げモーメント値が一定となるように初期変位を調節する。振動実験は、梁の材質、形状の各条件において各 3 回ずつ繰り返して行い、それぞれより算出した c_1, c_2 の平均値を求める。

4. 実験結果及び考察

Fig.3 に外部減衰係数 c_1 と梁の幅 b との関係を示す。図より、どちらの材料においても c_1 は梁の幅 b に対し比例的に増加しているのがわかる。これは、外部減衰は抵抗を受ける面積に比例するという仮定どおりである。

Fig.4 に内部減衰係数 c_2 と梁の厚さ h との関係を示す。 c_2 は、ジュラルミンにおいては梁の厚さによらずほぼ一定値をとる。しかし、ステンレス鋼では、梁の厚さの増加に伴い減少する傾向がみられた。

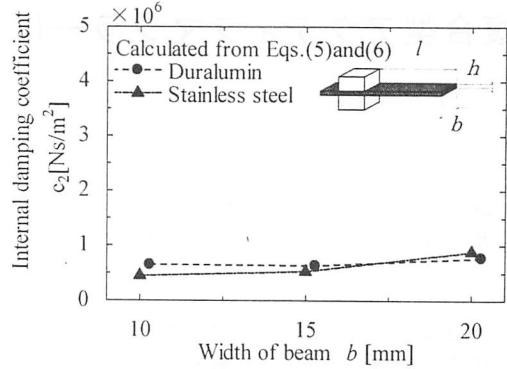


Fig.5 The relation between internal damping coefficient and width of beam ($l = 140$ [mm])

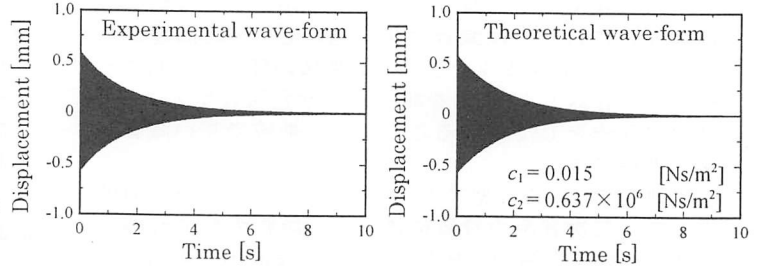


Fig.6 Comparison between theoretical and experimental wave-forms (Duralumin $l=140$ mm, $b=15$ mm, $h=1.2$ mm)

Fig.5 に内部減衰係数 c_2 と梁の幅 b との関係を示す。両材料ともほぼ一定値をとっているのがわかる。これより、 c_2 が梁の幅の違いによる影響を受けていないことがわかる。

また、Fig.4, Fig.5 より、ジュラルミンの c_2 は理論における仮定どおり材料固有の値であり、約 0.6×10^6 [Ns/m²] であるとの結果を得た。

Fig.6 に、振動実験より得られた振動波形と求めた各係数を理論式に代入して得られた振動波形の比較の一例を示す。各係数値は Fig.3, Fig.5 におけるジュラルミンの値を使用した。両者を比較するとほぼ一致しているのがわかる。これより、得られた外部及び内部減衰係数 c_1, c_2 は妥当な値であり、この場合は減衰の分離評価が妥当なものであったといえる。しかし、他の条件において実際の振動波形と理論波形が一致しない場合があり、すべての条件において減衰の分離評価が妥当であるとの結果は得られなかった。その原因の一つとして考えられるのが、梁の支持部での摩擦等に起因するその他の減衰の影響である。今後は梁の支持方法等の再検討が必要であると考えられる。

5. 結 言

理論解析と片持ち梁の振動実験より外部減衰係数と内部減衰係数を求め、減衰を分離評価した。その結果、次のことが明らかとなった。

- (1) 外部減衰係数はジュラルミン、ステンレス鋼のどちらにおいても梁の幅に対し比例的に増加する。
- (2) 内部減衰係数はジュラルミン、ステンレス鋼のどちらにおいても梁の幅の変化に対しては影響を受けない。
- (3) 内部減衰係数は、ジュラルミンでは一定値をとるが、ステンレス鋼では梁の厚さが厚くなるにつれ減少する。

参考文献

- (1) 亘理, 機械振動, 丸善 (1966)
- (2) 西亦, 西田, 齊当, 日本機械学会北海道支部第 38 回講演会概要集 (1998)