

# ウェーブレット変換に基づく 3次元ポリゴンとデジタル静止画像の合成型多重解像度表現

北海道大学大学院工学研究科 ○三浦夕季 伊達宏昭 金井 理 岸浪建史

### 要旨

3次元ポリゴンとデジタル静止画像に対して、データの圧縮や伝達の高速化を目的とした、ウェーブレット変換による多重解像度表現は別々に研究されている。本研究では、3次元ポリゴンとデジタル画像の多重解像度表現をテクスチャマッピングにより合成した合成型多重解像度表現を生成し、要求に応じてポリゴン・画像の解像度を制御可能とする手法を提案する。

## 1. はじめに

近年 CG・CAD・GIS 分野などで、膨大な三角形からなる 3次元ポリゴンモデルを用途に応じて効率よく処理するための、多重解像度表現や詳細度制御手法が研究されている。また、このようなポリゴンモデルでは、リアリティを増すため、デジタル画像がテクスチャマッピングされたものも多く、ポリゴンとテクスチャの解像度を自由に制御できる多重解像度表現手法が求められている[1]。本研究では、任意の位相をもつ、テクスチャマッピングされたポリゴンモデルを多重解像度解析可能な semi-regular な位相へと変換し、3次元ポリゴンデータと 2次元デジタル画像それぞれの多重解像度表現を生成することにより、テクスチャマッピングされた 3次元ポリゴンモデルの合成型多重解像度表現を実現し、両者の解像度を自由に制御可能とする手法を提案する。

## 2. 研究の概要

図 1 に本研究の概要を示す。本研究では、テクスチャマッピングされた任意位相をもつ 3次元ポリゴンを入力とする。この 3次元ポリゴンを、多重解像度解析可能なポリゴンへと位相の変換(リメッシュ化)を行うために、MAPS[2]、最短経路探索手法[3]および Floater の形状保存パラメタライゼーション[4]を応用している。リメッシュ化により得られたポリゴンモデルに対し、3次元 k-disk ウェーブレットを、テクスチャ画像に対して 2次元 Haar ウェーブレットをそれぞれ用いることにより、両者の多重解像度表現を得る。指定された解像度の 3次元ポリゴンとテクスチャ画像に対し、リメッシュ化の際に得られたポリゴンの 3次元座標とテクスチャ座標の対応関係から合成型多重解像度表現を生成することができる。

## 3. ウェーブレット変換に基づく多重解像度解析

任意解像度の近似関数を得るためのウェーブレット手法は、低解像度の近似関数を得る分解処理と高解像度の関数を復元する再構成処理からなる。分解処理ではスケーリング関数と係数で近似関数を表現し、ウェーブレットと係数で近似の際に失われた詳細部を表現する。再構成処理ではこれらの和によって高解像度の関数を復元する。これを再帰的に行うことによって最粗近似と詳細部の足し合せからなる多重解像度表現を得ることができる。

### 3.1 3次元ポリゴンモデルの多重解像度解析

本研究では、3次元のポリゴンモデルに対しては図 2 のようなスケーリング関数と k-disk ウェーブレットを用いる。これにより、図 3 のような多重解像度表現を得ることができる。

### 3.2 デジタル画像の多重解像度解析

デジタル画像に関しては、図 4 のようなスケーリング関数と Haar ウェーブレットを用いる。これにより、図 5 のような多

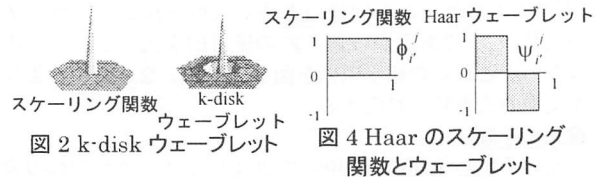


図 2 k-disk ウェーブレット 図 4 Haar のスケーリング関数とウェーブレット

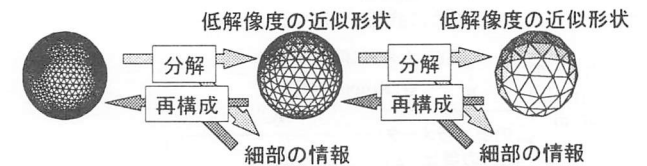


図 3 3次元ポリゴンの多重解像度解析

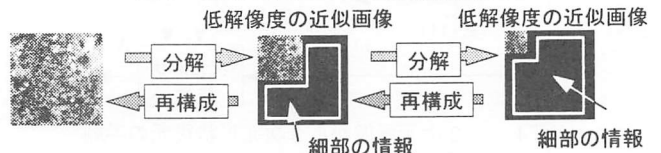


図 5 デジタル画像の多重解像度解析

重解像度表現を得る。

## 4. リメッシュ化

図 6 にリメッシュ化の流れを示す。

### 4.1 ベースメッシュの生成

ポリゴンのリメッシュ点を生成するのに必要な分割領域を生成するために、MAPS[2]のポリゴン簡略化手法に基づいてメッシュを単純化することでベースメッシュを生成し、ベースメッシュ構成頂点を決定する。

#### 4.1.1 頂点の削除優先度と削除頂点の決定

$i$  番目の各頂点  $x_i$  に対し、図 7 の領域における面積  $a(i)$  と曲率  $\kappa(i)$  を計算する。これらからその頂点の削除優先度  $w(\lambda, i)$  を次式(1)により求める。

$$w(\lambda, i) = \lambda \frac{a(i)}{\max_{x_i \in X'} a(i)} + (\lambda - 1) \frac{\kappa(i)}{\max_{x_i \in X'} \kappa(i)} \quad (1)$$

ここで、 $X'$  は単純化レベル  $l$  の頂点集合であり、 $0 \leq \lambda \leq 1$ 。頂点削除のルールとして、この削除優先度の高い頂点から順に削除し、それに隣接した頂点(図 7 の黒い頂点)を削除できないものとして、それ以上頂点が削除できなくなるまでこれを繰り返す。

#### 4.1.2 Delaunay 三角形分割による再三角形分割

削除すべき頂点  $x_i$  が決定すると、その頂点の隣接頂点  $x_{j_1}, \dots, x_{j_d}$  に対し、次の式(2)を満たすような 2次元上の点  $p_1, \dots, p_d \in \mathbb{R}^2$  を選択し、図 8 のように平面に写像する。

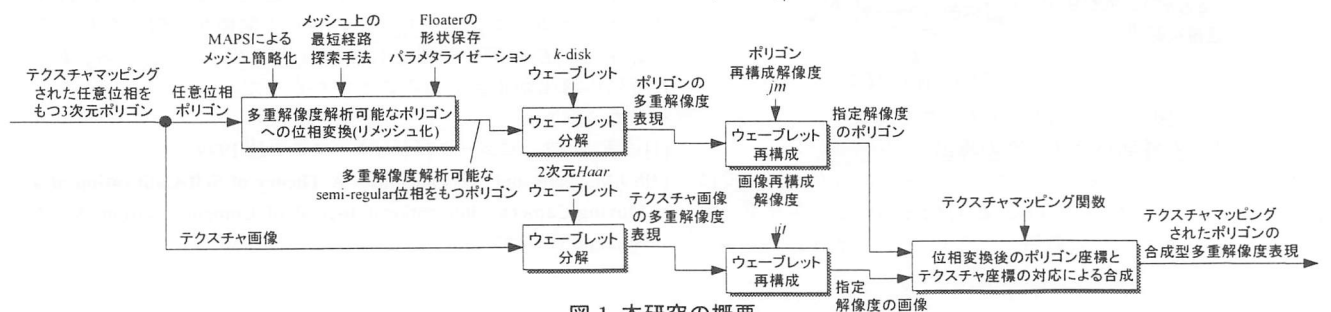


図 1 本研究の概要

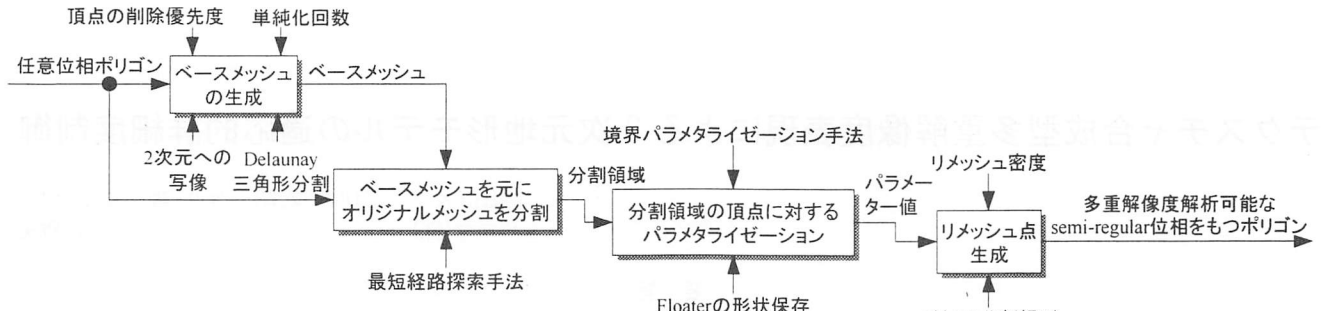


図 6 リメッシュ化の流れ

$$\|p_k - p\| = \|x_{j_k} - x_i\|, \quad \angle(p_k, p, p_{k+1}) = 2\pi \angle(x_{j_k}, x_i, x_{j_{k+1}}) / \theta_i \quad (2)$$

ここで、 $\theta_i = \sum_{k=1}^{d_i} \angle(x_{j_k}, x_i, x_{j_{k+1}})$  かつ  $x_{j_{d_i+1}} = x_{j_1}$ 、 $p_{d_i+1} = p_1$  である。また  $p_i = 0$  かつ  $p_i = (\|x_{j_1} - x_i\|, 0)$  である。このように平面に写像した、削除頂点の隣接頂点群を境界とする領域に対して、境界制約付きの Delaunay 三角形分割を行う。これを繰り返すことによって、ベースメッシュを生成できる。

#### 4.2 分割領域の生成

ベースメッシュを成す頂点が決まると、[3]の手法を用いてこれらの頂点を結ぶポリゴン上の最短経路を近似的に求める。この経路に沿って、図9のようにオリジナルメッシュをいくつかの分割領域に分ける。

#### 4.3 パラメタライゼーションの作成

##### 4.3.1 ローカルパラメタライゼーション

ベースメッシュに基づいて分けられた分割領域の任意の内部頂点に対し式(2)を適用し、その内部頂点と隣接頂点を2次元上へ写像する。次に次式(3)を満たすような  $\lambda_{i,j_k}$  を見つける。

$$p = \sum_{k=1}^{d_i} \lambda_{i,j_k} p_k, \quad \sum_{k=1}^{d_i} \lambda_{i,j_k} = 1 \quad (3)$$

$l \in \{1, \dots, d_i\}$  のそれぞれに対して、 $p$  と  $p_l$  を通る直線は、頂点  $p_{r(l)}$  か頂点  $p_{r(l)+1}$  を両端とするエッジと交わる(図10)。 $p$  は  $\Delta p_l p_{r(l)} p_{r(l)+1}$  に対して重心座標を用いて表現される。それぞれの  $l$  に対して式(4)を得る。

$$p = \sum_{k=1}^{d_i} \mu_{k,l} p_k, \quad \sum_{k=1}^{d_i} \mu_{k,l} = 1, \quad \mu_{k,l} \geq 0, \quad \lambda_{i,j_k} = \frac{1}{d_i} \sum_{l=1}^{d_i} \mu_{k,l}, \quad k = 1, \dots, d_i \quad (4)$$

式(4)により求められた  $\lambda_{i,j_k}$  を用いて、式(3)でローカルパラメタライゼーションが求まる。

##### 4.3.2 ベースメッシュ領域に対するパラメタライゼーション

分割領域において、 $x_1, \dots, x_n$  が内部頂点であり、 $x_{n+1}, \dots, x_N$  を半時計の順序の境界頂点であるとする。平面上に写像された任意の内部頂点は、次の式(5)で与えられる。

$$p_i = \sum_{j=1}^n \lambda_{i,j} p_j, \quad i = 1, \dots, n \quad (5)$$

これを既知である境界頂点の値を右辺に移項することにより、次の式(6)のように変形できる。

$$p_i - \sum_{j=1}^n \lambda_{i,j} p_j = \sum_{j=n+1}^N \lambda_{i,j} p_j, \quad i = 1, \dots, n \quad (6)$$

$p_j$  に対してこれを解くことにより、分割領域に対するパラメタライゼーションが求まる。

分割領域の境界上の頂点を平面三角形のエッジ上に配置し、領域の内部にある頂点の三角形内部での2次元の位置を式(6)で計算させることにより  $x_i$  に対するパラメタライゼーション  $p_j$  が計算できる。

#### 4.4 リメッシュ点の生成とテクスチャ座標との対応

図11のようにベースメッシュに対するパラメタライゼーションを計算すると、その領域内で4対1分割を行う。この分割

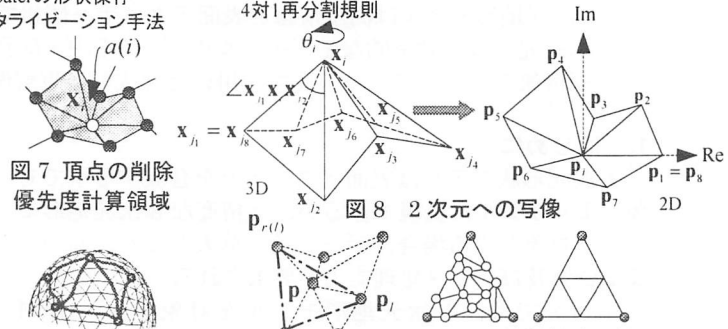


図 7 頂点の削除優先度計算領域



図 9 オリジナルメッシュの分割

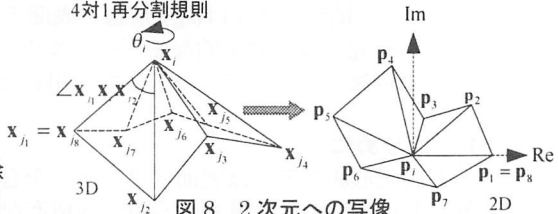


図 8 2次元への写像

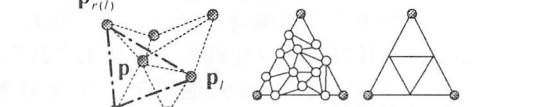


図 10 ローカルパラメタライゼーションと4対1分割

点は、パラメタライゼーションで求められた分割領域の点からなる三角形に対する重心座標により求まる。同様に、リメッシュ点のもつテクスチャ座標も、分割領域の三角形のもつテクスチャ座標値から求まる。

図 11 分割領域に対するパラメタライゼーションと4対1分割

#### 5. 実装結果

本研究において、任意の位相をもつ3次元ポリゴンを多重解像度解析可能な位相をもつポリゴンへと変換するリメッシュ化のうち、分割領域生成までの実装結果を図12に示す。(a)がオリジナルメッシュであり、(e)のベースメッシュをもとにオリ

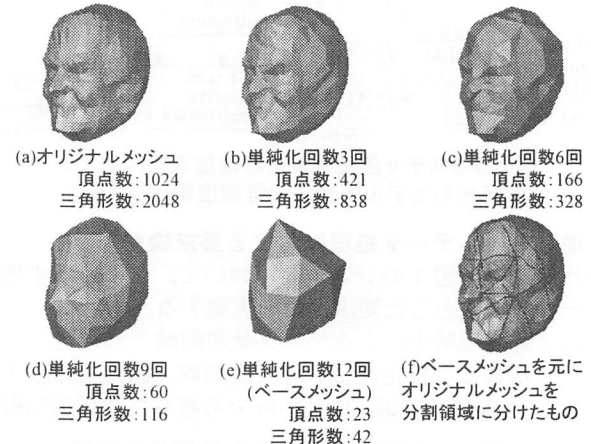


図 12 分割領域作成までの実装結果

ジナルメッシュを分割領域に分けたものが(f)になる。

#### 6. まとめ

3次元ポリゴンとデジタル画像の合成型多重解像度表現手法に関して、リメッシュ化処理における分割領域生成までの実装を行った。今後、生成された分割領域からリメッシュ点を得る際に、テクスチャ座標との関連を付け、ポリゴン・テクスチャそれぞれの多重解像度表現を生成し、合成型多重解像度表現を得る予定である。

##### 【参考文献】

- [1] 三浦夕季他: Wavelet 変換による3次元ポリゴンデータとデジタル画像の合成型多重解像度表現に関する研究, 1999年度精密工学会秋季大会学術講演会講演論文集 (2000), p33
- [2] Aaron W.F.Lee et al.: Multiresolution Adaptive Parameterization of Surfaces, Proc. of SIGGRAPH 98 (1998), pp.95-104
- [3] 金井崇: グラフの選択的詳細化による多面体モデル上の近似最短経路算出法, 1999年度精密工学会春季大会学術講演会講演論文集 (1999), p147
- [4] Michael S. Floater: Parametrization and smooth approximation of surfacetriangulations, Computer Aided Geometric Design 14 (1997) pp.231-250