

摩擦を含む DC サーボモータのシミュレーション

北海学園大学工学部 ○深谷健一

要旨

DC サーボモータ単体が摩擦トルクを含み、正弦波電圧で駆動される場合の運動シミュレーションをモデル記述言語形式とブロック線図結合形式のプログラムを用いて実施した。シミュレーション結果は摩擦のためにモータが一時的に停止し、駆動トルクが摩擦トルクを越えると回転を始める様子がよくわかり、これは実測結果と一致する。

1. まえがき

ロボット、情報機器などの一層の高速化、高精度化のための基礎技術の一つとして、サーボモータによる機構駆動系の制御があり、摩擦などの非線形要素が入ると、位置決めの不確実性が発生し制御が難しくなる。数値積分を用いた非線形シミュレーションプログラムを用いて、摩擦トルクが作用する DC サーボモータ単体の挙動を調べ、今後の制御系構成の基礎データを得ることを目的とする。

2. 摩擦を含む DC サーボモータの力学モデル

2. 1 DC サーボモータの基本方程式

運動方程式

$$J \frac{d\omega(t)}{dt} + B\omega(t) = K_T i(t) - T_F \quad (1)$$

回路方程式

$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = v_a(t) - K_e \omega(t) \quad (2)$$

ただし、 $\omega(t)$: 回転角速度、 $i(t)$: 電機子電流、 J : 慣性モーメント、 B : 粘性減衰係数、 K_T : トルク定数、 T_F : 摩擦トルク、 L, R : 電機子巻線および回路の全インダクタンスと全抵抗、 $v_a(t)$: 電機子印加電圧、 K_e : 逆起電力定数

2. 2 摩擦の力学モデル

モータに作用する摩擦トルク T_f については図 1 に示す 2 種類のモデルを想定する。

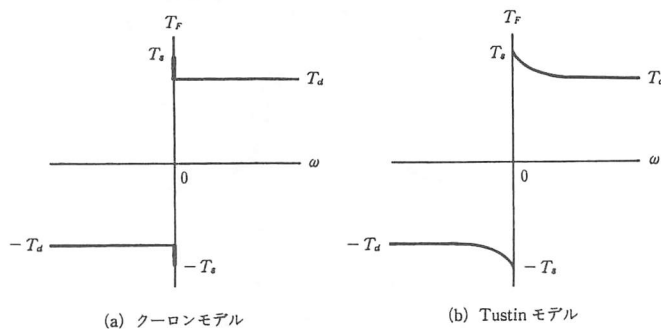


図 1 摩擦トルクモデル

(a)クーロンモデル : 動摩擦トルク T_d は静摩擦トルク T_s より小さい ($T_d \approx 0.6T_s$) が、簡便のため $T_d = T_s$ を用いることが多い。

$$T_F = T_s \quad (\omega = 0) \quad (3)$$

$$T_F = T_d \operatorname{sgn}(\omega) \quad (\omega \neq 0) \quad (4)$$

(b)Tustin モデル¹⁾ : クーロン摩擦の不自然さを修正し、指

関数で示される過渡状態を経て動摩擦に移るとしたモデル。

$$T_F = T_s \quad (\omega = 0) \quad (5)$$

$$T_F = \{T_d + (T_s - T_d) \exp(-|\omega|/\omega_c)\} \operatorname{sgn}(\omega) \quad (\omega \neq 0) \quad (6)$$

ここで ω_c は T_s から T_d への移行の遅さを表す定数である。

3. 摩擦トルクの実測

摩擦トルクとしてクーロンモデルを想定すると、大きさ v_{as} のステップ印加電圧による定常回転速度 ω_{ss} は式(1)、(2)で

$d\omega(t)/dt = 0, di(t)/dt = 0$ の条件より次式で求まる。

$$\omega_{ss} = \frac{K_T}{K_T K_e + RB} \left(v_{as} - \frac{RT_F}{K_T} \right) \quad (7)$$

図 2 に多摩川精機製 DC サーボモータの印加電圧対定常回転速度の実測結果を示す。直線は原点を通らず、モータ単体でも摩擦が存在する。式(7)から求めた摩擦トルクと粘性減衰係数を表 1 に示す。本モータでは正転方向の摩擦トルクが逆回転方向に比べ大きく、方向による非対称性が見られる。

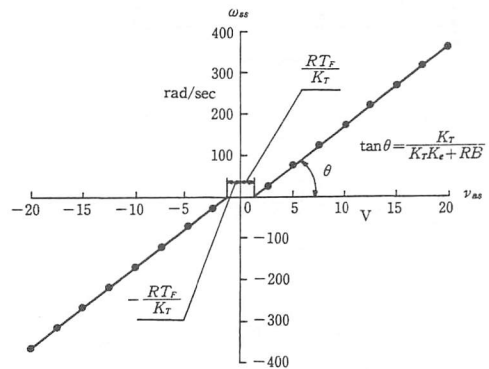


図 2 定常回転運動の印加電圧と回転速度実測結果

	摩擦トルク T_F	粘性減衰係数 B
正回転	$2.37 \times 10^{-2} \text{Nm}$	$-3.67 \times 10^{-5} \text{Nms/rad}$
逆回転	$2.77 \times 10^{-2} \text{Nm}$	$-4.71 \times 10^{-5} \text{Nms/rad}$
平均	$2.57 \times 10^{-2} \text{Nm}$	$-4.19 \times 10^{-5} \text{Nms/rad}$

表 1 摩擦トルクと粘性減衰係数の測定値

4. シミュレーション

モータの運動をシミュレーションするにあたり、印加電圧が正弦波の場合を想定する。モータの停止中と運動中を分けると、それぞれの区間でモータの方程式が異なり、図 3 に示すように運動状態が遷移する。

4. 1 使用するシミュレーションプログラム

1) モデル記述言語による対話型シミュレーションプログラ

ム Simmon²⁾ : モデルの状態変数表現を専用の言語で記述し、対話的にパラメータを変えてシミュレーションする。

2) ブロック線図結合による対話型シミュレーションプログラム VisSim³⁾ : 数学モデルに対応したブロックをマウスで選択してパラメータを設定し、ブロック間を線で結合したブロック線図表現でモデルを作成する。

4.2 シミュレーション実験

1) シミュレーションプログラムの比較

クーロン摩擦が作用する場合の Simmon と VisSim によるプログラムを図4、5に示す。シミュレーション結果は両者で完全に一致する。モデルの微分方程式が陽な形で示される場合には、Simmon では方程式を状態変数表現できるので、プログラムと方程式の関係がわかりやすく使いやすい。また状態の遷移も条件式で容易に記述できる。一方、VisSim では微分方程式をブロック線図表現に変換する過程を含むので、元の方程式との対応がわかりにくい。また状態の遷移はスイッチブロックを組合わせて行うので、記述が簡単ではない。

2) シミュレーション結果

クーロンモデル、Tustin モデルの正弦波駆動電圧入力 ($5\sin 10t$) に対する回転速度応答をシミュレーションした。シミュレーション結果と実測値を図6に示す。シミュレーションに必要な動摩擦トルク、粘性減衰係数は表1の平均値を用いた。最初、停止していたモータは駆動トルクが静摩擦トルクを越えると正転を始め、逆転する前に停止区間を持つ様子がシミュレーション、実測でともによく現われている。正転速度の最大値はシミュレーション結果と実測値で一致するが、逆転最大速度は実測値が小さく、これは表1に見られる摩擦トルクの方向性と一致する。Tustin モデルでは正転、逆転とも運動開始がクーロンモデルより遅れる。

5. あとがき

状態遷移を Simmon では簡単な記述で可能であったが、ブロック線図方式のプログラムではその様な場合のモデル記述が難しい。そのため最近拡張された新しい機能として、ブロック間を論理的な条件で切り換えるイベントドリブンが取り入れられている。モータモデルをブロック線図で記述するところから出発して、この機能を用いれば、ブロック線図方式のプログラムの特長である複雑なシステムへの展開可能性を生かすことが可能になると考えられる。

謝辞

実験とシミュレーションの一部を担当してくれた本学科卒業生、寺森昭、佐藤浩、柴田義孝の諸氏に感謝の意を表します。

参考文献

- 1) A. Tustin : The effects of Backlash and of Speed-Dependent Friction on the Stability of Closed-Cycle Control Systems, Journal of the Institution of Electrical Engineers, Vol. 94, No. 2A, pp. 143-151, 1947.
- 2) SSPA Maritime Consulting AB : Simmon for Windows. Version 2.0, 1995.
- 3) Visual Solutions, Inc. : VisSim, A Graphical Mathematical Modelling Environment, 1996.
- 4) 深谷、寺森、佐藤、柴田 : 非線形要素を有するサーボモータ機構系の制御に関する研究、北海学園大学工学部研究報告第25号、pp. 283-299, 1998.

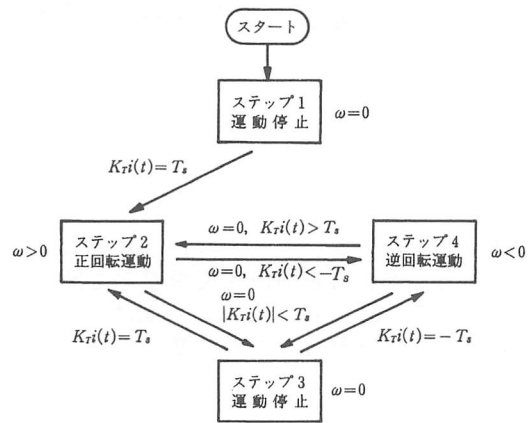


図3 モータの運動状態の遷移

```

CONTINUOUS SYSTEM COULOM2
" Version : 1.0
" Abstract : DC servo motor with Coulomb friction
" Data : 30W motor with encoder
" Description : Ts=Td/0.6
" Author : Ken-ichi FUKAYA

" States, derivatives and time :
STATE w i s "w: rotor angular velocity
DER dw di ds "i: armature current
TIME t "s: rotor displacement

" Equations :
ds=w
di=-K/L*w-R/L*i+Q/L
dw=IF abs(w)<0.05 THEN C ELSE D
C=IF abs(i)>Ts/K THEN D ELSE 0
D=-B/J*w+K/J*i-Td/J*SG
Q=A*sin(P*t)
SG=IF abs(w)<0.05 THEN 0 ELSE E
E=IF w<0 THEN -1 ELSE 1
Ts=Td<0.6

" Parameter values :
Td: 2.57E-2 "dynamic friction torque [Nm]
B: -4.19E-5 "viscous-friction coefficient [Nms/rad]
J: 5.10E-6 "rotor inertia of motor and encoder [kgm**2]
K: 0.0534 "torque constant (=back-emf constant) [Nms/A=Vs/rad]
L: 1.4E-3 "armature inductance [H]
R: 2.7 "armature resistance [ohm]
Va: 5.0 "magnitude of input voltage [V]
P: 10.0 "frequency of input voltage [rad/s]

```

図4 Simmon プログラム (クーロンモデル)

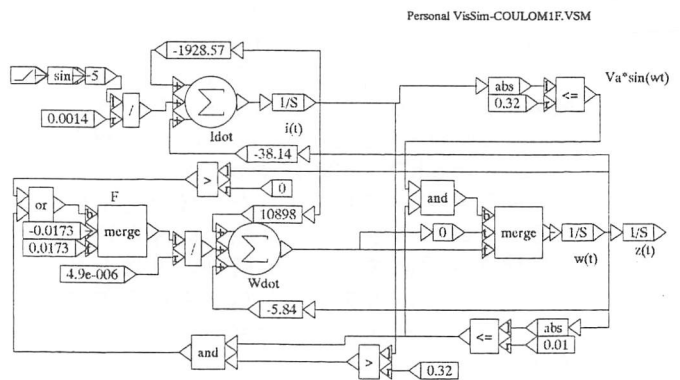


図5 VisSim プログラム (クーロンモデル)

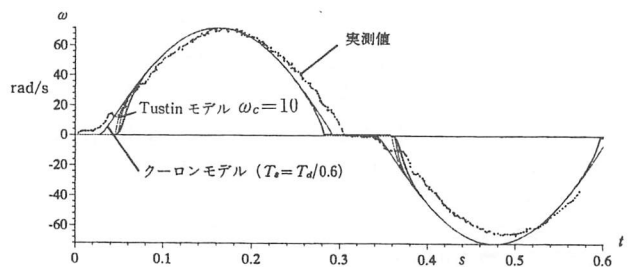


図6 シミュレーション結果と実測結果

Tustine made.