

## 三次元点群データに基づく B-spline 曲面生成法

旭川高専 ○西村 圭太, 後藤 孝行

### 要 旨

実体モデルをベースとする形状設計において、形状計測により獲得した点群データに基づいた曲面モデルの生成法が重要となる。本報では、点群データへ B-spline 曲面をあてはめる曲面生成法を提案し、本手法の有効性を確かめるための実験結果を報告する。

### 1 緒論

現在、高機能なスタイルデザインシステムの開発により工業製品の形状設計は効率的に行えるようになってきている。しかし、デザイナーがイメージする複雑な形状を、ディスプレイ内に定性的かつ定量的に表現することは未だ難しいのが現状であることから、実体モデルを用いた形状設計が行われている。実体モデルを用いた形状設計では、形状の計測により獲得した点群データに基づいて高品位な CAD モデルを生成する技術が重要である<sup>1)</sup>。

本研究は、実体モデルの形状を計測して獲得した離散的な三次元点群データから、高品位な自由曲面の生成法を確立することを目的としている。そこで本報では、三次元点群データへ、形状がどのように変化しているかの判定が可能な曲率を考慮した B-spline 曲面をあてはめる手法を提案する。そして、本手法の有効性を計算機シミュレーションにより確認したことを報告する。

### 2 実体モデルをベースとする形状設計プロセス

図1は、実体モデルをベースとする形状設計プロセスである。実体モデルの形状を3次元デジタル化によって計測し、3次元点群データを獲得する。点群データは離散的であるため、点群データへの曲面あてはめ処理によって計算機 (CAD) モデルを生成する。生成した CAD モデルを用いて加工を行い、製品 (加工モデル) が完成する。加工モデルの評価は、定性的および定量的に行い、評価が満たされると形状設計プロセスが終了する。

### 3 B-spline 曲面変換と逆変換

#### 3.1 B-spline 曲面変換

B-spline 曲面は、近似曲面の一種である。一般に、曲面のパラメータを  $u$  および  $v$  とする B-spline 曲面において、 $u$  方向の制御点数を  $(n+1)$ 、階数を  $k$ 、 $v$  方向の制御点数を  $(m+1)$ 、階数を  $l$ 、制御点を  $V_{ij}$  ( $i=0,1,\dots,n; j=0,1,\dots,m$ ) とすると、B-spline 曲面  $S(u,v)$  は次式で与えられる。

$$S(u,v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,k}(u) M_{j,l}(v) V_{ij} \quad (1)$$

ここで、 $N_{i,k}(u)$ 、 $M_{j,l}(v)$  はそれぞれ  $u$  および  $v$  方向の B-spline 基底関数である。このとき、制御点および B-spline 基底関数から B-spline 曲面を生成することを B-spline 曲面変換という。

#### 3.2 B-spline 曲面逆変換

実体モデルの形状を計測して獲得した点群データへ B-spline 曲面をあてはめるとき、点群データおよび

B-spline 基底関数から制御点を算出する処理を B-spline 曲面逆変換という。

制御点マトリックスを  $[V]$ 、基底関数マトリックスを  $[NM]$ 、B-spline 曲面マトリックスを  $[S]$  とすると式(1)は次式のように表される。

$$[S] = [NM][V] \quad (2)$$

曲面あてはめは、点群データとそれに対応した曲面上の点とが一致するように処理することである。したがって、点群データマトリックスを  $[P]$  とすると、B-spline 曲面の制御点は次式で求められる<sup>2)</sup>。

$$[V] = ([NM]^T [NM])^{-1} [NM]^T [P] \quad (3)$$

### 4 点群データへの B-spline 曲面あてはめ

#### 4.1 パラメータ算出法

点群データを  $P_{ij}$  ( $i=0,1,\dots,s; j=0,1,\dots,r$ ) とするとき、各点群データに対応する  $u$  および  $v$  方向のパラメータ  $u_{ij}$  および  $v_{ij}$  は、それぞれ連続する点群データの弦長を用いて求める。このとき、各方向のパラメータ値の範囲は、 $0.0 \leq u_{ij} \leq 1.0$ 、 $0.0 \leq v_{ij} \leq 1.0$  とする。

#### 4.2 ノットベクトル決定法

##### 4.2.1 符号付き曲率算出法

曲面あてはめにおいて、形状変化に応じたノットを配置することが重要であると考え、形状変化を表わす特徴

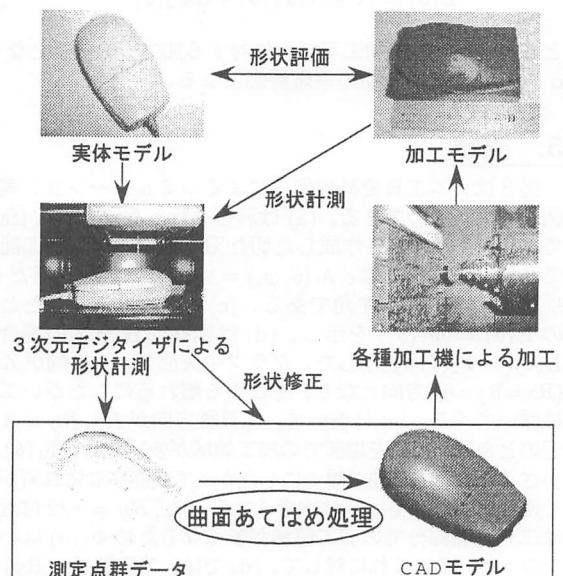


図1 実体モデルをベースとする形状設計プロセス

量の一つである符号付き曲率の算出法を図2に示す。(a)に示すように連続する3個の点群データ  $P_{i-1j}$ ,  $P_{ij}$ ,  $P_{i+1j}$  において,  $P_{i-1j}$  と  $P_{ij}$  および  $P_{ij}$  と  $P_{i+1j}$  のベクトル差をそれぞれ  $R_{i-1j}$  および  $R_{ij}$  とする. それぞれの単位ベクトル  $r_{i-1j}$  と  $r_{ij}$  とのベクトル差  $\Delta r$  が  $P_{ij}$  における曲率の大きさを示すことから,  $\Delta r$  の方向を判定することにより, 符号付き曲率を算出する.

**4.2.2 曲率を考慮したノットベクトル決定法**

$u$  方向を例にとり曲率を考慮したノンユニフォームノットベクトルを以下の方法で求める. なお,  $v$  方向についても同方法で求める.

- (1)  $v$  方向の点群データの数だけ切断面を考える.
- (2) 各切断面において各点群データにおける符号付き曲率を求める.
- (3) 各切断面において曲率図 (曲率とパラメータの関係図) を求める.
- (4)  $u$  方向の各パラメータにおいて大きさが最も大きな曲率を全切断面の曲率図から抽出する.
- (5) (4)で抽出した曲率とパラメータの関係図 (代表曲率図) を求める.
- (6) (5)の曲率図に等曲率面積分法<sup>3)</sup>を適用してノットを配置し, ノットベクトルを決定する.

**4.3 あてはめ誤差算出法**

点群データへ B-spline 曲面が良好にあてはめられたかを評価するためにあてはめ誤差を求める. あてはめ誤差は点群データ  $P_{ij}$  ( $i=0,1,\dots,s; j=0,1,\dots,r$ ) と各データに対応する B-spline 曲面上の点  $S(u_{ij}, v_{ij})$  との距離とする. すなわち  $P_{ij}$  におけるあてはめ誤差を  $\epsilon_{ij}$  とすると次式で求める.

$$\epsilon_{ij} = \| P_{ij} - S(u_{ij}, v_{ij}) \| \quad (i=0,1,\dots,s; j=0,1,\dots,r) \quad (4)$$

**5 結果と考察**

図3は, 計算機シミュレーションに用いた点群データである. 点群データの総数は  $101 \times 101 = 10201$  点である.

図4は,  $u$  方向におけるパラメータ  $u_{ij}$  と, その曲率  $(\kappa_{ij})_u$  の関係図である. 図中の▲印はノットを表わしている. 本研究では, 変曲点には必ずノットを配置させ, 他は等曲率面積分法によりノットを配置させている.

図5は, 本手法を用いて曲面あてはめを行った場合のあてはめ誤差マップである. 形状変化の大きい場所にあてはめ誤差が生じているものの, その大きさは形状全体のサイズに比べて極めて小さいことから, 本手法で求めた曲面は良好であったといえる.

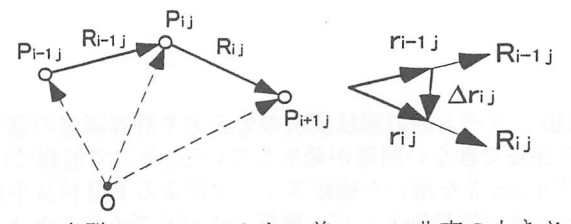
**6 結論**

本研究は, 点群データへ符号付き曲率を利用して B-spline 曲面をあてはめるノットベクトル決定法を提案し, 計算機シミュレーションにより本手法の有効性を確認した.

参考文献

- 1) 青山英樹: リバースエンジニアリングの目的と要求される機能および法線ベクトルを利用した試み, 型技術, 11, 12(1996)20.
- 2) David F. Rogers and J. Alan Adams: Mathematical Elements for Computer Graphics(Second Edition), Mac Graw Hill(1990).

3) 後藤孝行, 他 3 名: 曲率を考慮した B-スプライン曲線の点群データへのあてはめ, 精密工学会誌, 60, 7 (1994) 964.



(a) 点群データのベクトル差 (b) 曲率の大きさ  
図2 曲率の大きさの算出法

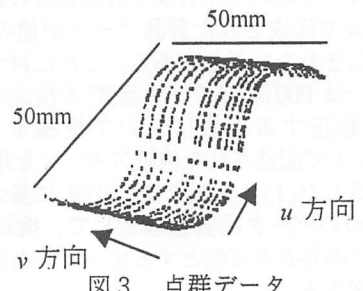


図3 点群データ

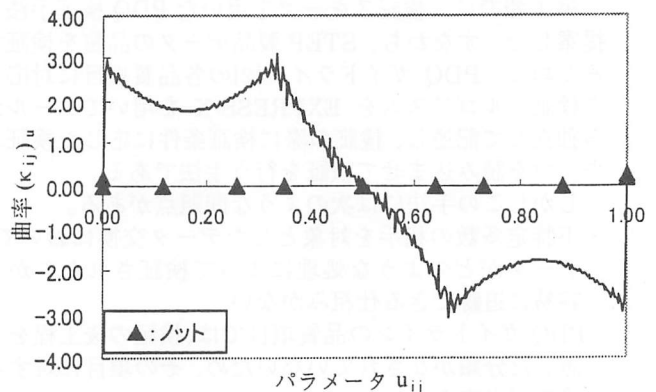


図4  $u$  方向における代表曲率図

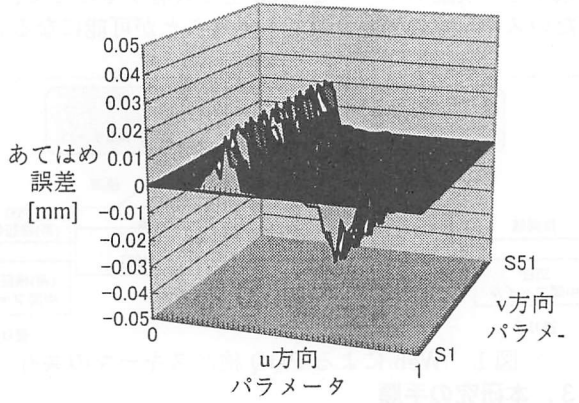


図5 あてはめ誤差マップ