

仮想空間における大気の流れの実現に関する研究

函館高専 ○岡 浩司、竹原 直美、石若 裕子

要旨

時間的に空間内での障害物の形状が変化する仮想空間に対して、空間内での障害物の形状変化をリアルタイムに考慮した流体解析を行うと多大な計算負荷が発生する。計算負荷を発生させずに空間内での障害物の形状変化に対応した大気の流れのシミュレーションを行う為の手法を提案し、提案手法について比較及び検討を行った。

1.背景

大気の流れのシミュレーションを気象予測などに適用する場合には、大型並列計算機を用いた精度の高い数値計算が必要となるが、仮想空間におけるリアルタイムシミュレーションに大気の流れを考慮する際には、大気の流れの解析に求められるのは、高い精度よりもリアルタイム性である。そのため、いかにして計算負荷をかけずに空間内での障害物の形状変化に対応した大気の流れを実現するかが課題となる。本研究では、時間的な空間内での障害物の形状変化に対応した大気の流れを、より計算負荷をかけずに実現する為の手法を確立することを目的としている。

2.手法

2.1 流体解析の手法

解析対象とする空間（3次元 xyz 空間）における大気を非圧縮性流体とみなすと、支配方程式はオイラーの連続の式と運動量保存の式より以下ようになる。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} + \frac{\partial uw}{\partial z} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + g_x + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v^2}{\partial y} + \frac{\partial uv}{\partial x} + \frac{\partial vw}{\partial z} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + g_y + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (3)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial w^2}{\partial z} + \frac{\partial uw}{\partial x} + \frac{\partial vw}{\partial y} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + g_z + \nu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (4)$$

U, V, W: x 方向, y 方向, z 方向の速度

$g_x, g_y, g_z$ : x 方向, y 方向, z 方向の外力

$\rho$ : 密度,  $\nu$ : 動粘性係数 粘性率/密度

以上の連立偏微分方程式を SOLA 法 (HSMAC 法)<sup>[2]</sup>を用いて解く。解析対象とする空間を (20×40×20)個の直方格子で分解し、時間については前進差分を行い、xyz 空間における空間差分については、前進差分と中心差分を組み合わせることで解を安定させる。

2.2 時間的な空間内の障害物の形状変化への対応手法

図 1 に示すように、空間内に空間を分割した格子よりも小さいスケールで形状変化が起こった場合を考える。この場合、流れの変化を知る為には逐次変化する障害物の形状に対して厳密に流体解析を行うのが最も有効な方法である。しかし、多大な計算負荷がかかってしまう為、リアルタイムに複雑な形状変化を起こす障害物に対し、逐一形状変化を考えることは困難である。

以下に示すの 2 つの方法を用いて、時間的な空間内の障害物の形状変化に応じた流れの変化の表現を試みた。

2.2.1 ローレンツモデル<sup>[3]</sup>の適用

気象学者エドワード・ローレンツ (E. N. Lorenz) が大気中の対流を表す為 Navier-Stokes 方程式から導いた対流モデルを形状変化が起こった区間に適用する。

$$\frac{dX}{dt} = -aX + aY, \quad \frac{dY}{dt} = bX - Y - XZ, \quad \frac{dZ}{dt} = -cZ + XY \quad (5)$$

(a=10, b=28, c=8/3)

ここで、X は対流の速度に比例する量、Y は対流する流れの温度差に比例する量、Z は上下の温度分布の差がどの程度線形関数から離れているかを示す量である。X, Y, Z を空間変数 x, y, z とし、ある時刻における各方向の速度 (U, V, W) から X, Y, Z の初期値を求める。この際、3 次方程式を解くため、解が 3 通り得られるが、3 つの解の中でどの解を使用するかは乱数を用いて決定した。求めた初期値をローレンツモデルに適用し、一定期間経過後の U, V, W を求める。

2.2.2 乱数と残差による補間

空間内の障害物の形状の変化を考慮していない解析結果に対し、各変数の残差と乱数を用いて以下のような補正を行った

$$U_{i,j,k} = U_{i,j,k} + a\{(U_{i+1,j,k} - U_{i,j,k}) - (U_{i,j,k} - U_{i-1,j,k})\}/2 \quad (6)$$

$$V_{i,j,k} = V_{i,j,k} + a\{(V_{i,j,k+1} - V_{i,j,k}) - (V_{i,j,k} - V_{i,j,k-1})\}/2 \quad (7)$$

$$W_{i,j,k} = W_{i,j,k} + a\{(W_{i,j,k+1} - W_{i,j,k}) - (W_{i,j,k} - W_{i,j,k-1})\}/2 \quad (8)$$

i, j, k: 各方向 (x, y, z) を離散化した空間変数

a: 0 から 1 の乱数

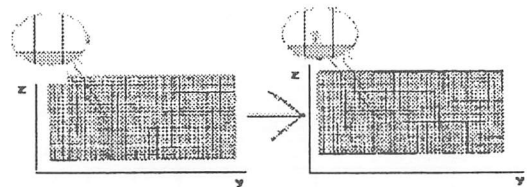


図 1. 空間内の障害物の形状変化

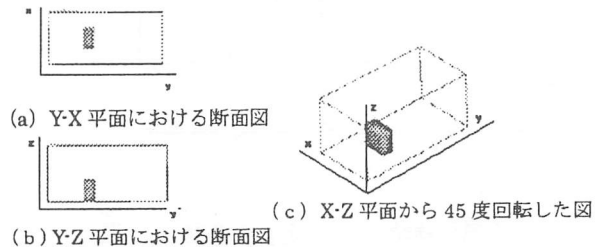


図 2. 解析対象空間の形状

### 3. 実験結果

#### 3.1 流れの解析条件

図2に示すような解析対象とする3次元空間について  $y=0$  の XZ 平面からの大気の流れを考える。

- ・流入面における各方向 (x, y, z) の速度 (一定)  
0.0 cm/sec, 30.0 cm/sec, -10.0 cm/sec
- ・空間全体のサイズ (x×y×z)  
8cm×16cm×8cm
- ・空間内部に存在する障害物のサイズ  
X方向: 3.2cm Y方向: 1.6cm Z方向: 3.2cm
- ・外力 Z方向の重力加速度 -0.98 cm/sec<sup>2</sup>
- ・格子サイズ (x×y×z)  
0.4cm×0.4cm×0.4cm

大気の動粘性係数を 0.15cm<sup>2</sup>/sec とし、形状変化が障害物の上面で T=0.227sec で発生したとして解析を行った。

#### 3.2 流体解析の結果

障害物形状変化前と障害物形状変化後の解析結果を図3に流線で示した。(a), (d)に着目すると、障害物変化に伴い T=0.224sec の時点で障害物上空に存在していた上方へ向かう流れが T=0.419sec では障害物後方に移動している。

#### 3.3 提案手法の適用結果

##### ① Lorentz モデルを適用した結果

T=0.224 sec の時点での解析結果を用いて Lorentz モデルに代入する初期条件を求め、T=0.419 sec の時点での流れを求めて図4に流線で表示した。T=0.419sec での解析結果と類似した結果が得られた。

##### ② 乱数による補正を加えた場合の結果

T=0.224 sec での流体解析の結果に乱数による補正を加え T=0.419 sec における流れを算出し、図4に流線で表示した。空間内部に存在する障害物付近での流れに変化が見られる

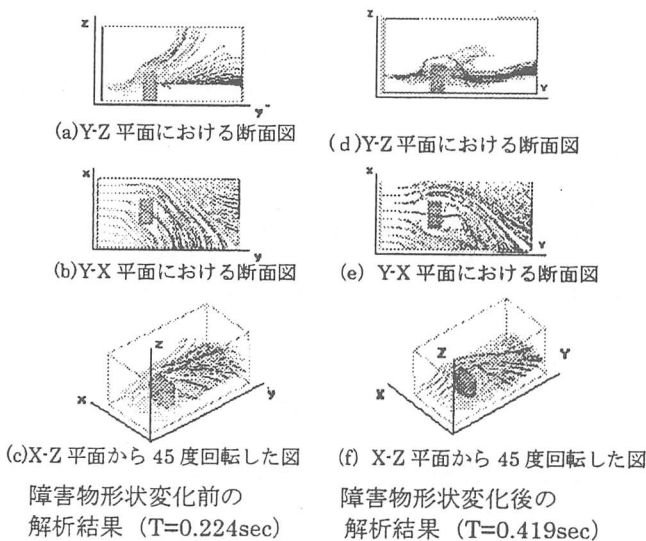


図.3 流体解析の結果

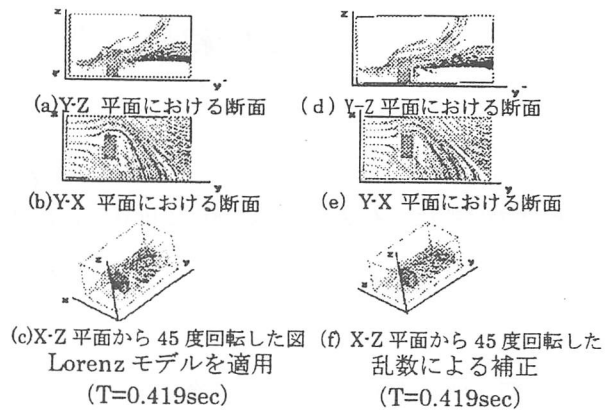


図4 手法の適用結果

#### 3.4 各手法の比較検討

Lorentz モデルを適用した結果と乱数による補正を行った結果について、各点における速度を T=0.419 の時点での流体解析の結果と比較した。誤差が非常に大きく、適用手法を再検討する必要があると考えられる。

表1 各手法の適用結果と T=0.419 の時点での解析結果との誤差

	各点における Uの差の平均	各点におけるV の差の平均	各点におけるW の差の平均	各方向の 平均
Lorentz モデル	5.171	10.724	6.666	7.512
乱数による補正	4.342	7.425	6.067	5.941

※表中の単位は全て (cm/sec)

#### 4.まとめ

今回、考案した2つの手法の適用結果が、形状変化後の解析結果と大きく異なってしまった。原因として、ローレンツモデルに適用する為に求める3次方程式の解を乱数により決定していること、乱数による補正を大気の流れる方向を考慮せずに行った事などが考えられる。

今後の課題として現在の手法の問題点を改善し、新たな手法を模索するとともに、空間内における時間的な障害物の形状変化を考慮した精度の高い流体解析を行い、各手法の有効性を検証してゆきたい。

#### 謝辞

本研究の一部は、IPAの『未踏ソフトウェア創造事業 (未踏ユース)』の採択案件として行い、IPAから開発補助を受けています。

#### 5.参考文献

- 【1】河村哲也 川原睦人 平野廣知 登坂宣好 池川昌弘：非圧縮性流体解析 数値流体解析シリーズ I 東京大学出版会 (1995)
- 【2】高橋亮一 吉川秀雄 大倉稔 安部豊 荒川秋雄：コンピュータによる流体力学<演習> 構造計画研究所 (1982)
- 【3】加藤恭義 光成友孝 築山洋：セルオートマトン法 一複雑系の自己組織化と超並列処理— 森北出版株式会社 (1998)