

# 細分化と簡略化に基づくメッシュ品質向上手法

北海道大学大学院工学研究科 ○伊達 宏昭, 金井 理, 岸浪 建史

## 要 旨

面分歪や粗密に関するメッシュ品質の高いメッシュモデルが、有限要素解析をはじめ多くのメッシュ処理において要求される。本研究では、メッシュの細分化と簡略化に基づいたメッシュ品質の向上手法を提案する。

### 1. はじめに

近年メッシュモデルは CG の表示用モデルとしてだけではなく、工業製品の設計・生産分野にも広く利用されるようになってきた。アプリケーションに応じて要求されるメッシュの性質は様々であり、表示や製造においては高い形状表現精度や面分数の削減、有限要素解析やデジタル幾何処理<sup>[1]</sup>では、更に、高いメッシュ品質(例えば少ない面分歪等)が要求される。本研究では、後者に適したメッシュの効率的生成を目指し、図 1 に示すように、CAD システムや CG モデラでのメッシュ分割より得られる面分形状・粗密に関して低い品質を持つメッシュの、細分化と簡略化に基づいた品質向上手法を提案する。

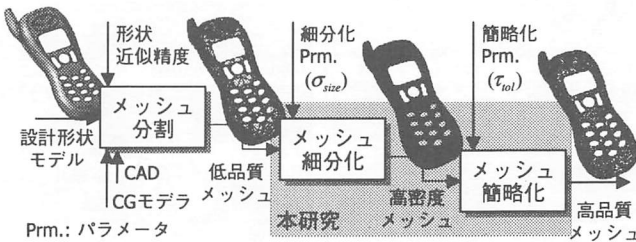


図 1 本研究の位置付けと役割

### 2. 本研究の基本概念と特徴

図 2 に本研究の概要を示す。ある 3 次元物体をメッシュで表現する場合、高密度なメッシュは、粗いメッシュに比べて頂点や面分の冗長性が高く、形状近似度を保持した要素の操作自由度が高いと言える。本研究では、この見解に基づいて、まず、入力メッシュの細分化によりメッシュ要素操作自由度の高い高密度メッシュを生成し、次に、これをメッシュ品質を考慮しながら簡略化することによって、入力メッシュの品質を向上しようというものである。

既提案のメッシュ品質の改善手法として、ドロネ法やラプラシアンスムージングに基づく手法<sup>[2]</sup>、パラメタライゼーション法に基づく手法<sup>[3]</sup>が挙げられる。これらの手法に比べ、本手法は、形状近似誤差の陽な管理ができる事、結果としてメッシュの多重解像度表現が得られ、面分数の異なるメッシュを高速に生成できる事、アルゴリズムが頑強であり、複雑な形状に対しても安定したメッシュ品質向上ができる事が特徴である。

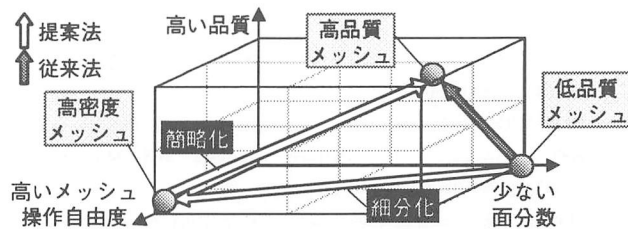


図 2 本研究の基本概念と概要

### 3. 細分化と簡略化に基づくメッシュ品質向上手法

本研究では、面分形状が正三角形に近く、面分がメッシュ表面に様に分布するメッシュを品質が高いと定義し、この観点から高い品質を持つ、形状近似誤差が指定した許容値以下に抑えられたメッシュを生成する。

#### 3.1 メッシュ細分化

メッシュ細分化は、メッシュ形状を変化させずに、メッシュ内の面分サイズ(面分の最長辺長さ)が指定した閾値  $\sigma_{size}$  以下になるように行う。具体的には、まず、 $\sigma_{size}$  より長い稜線に中点を発生し、その後、図 3 の規則に従ってメッシュの面分を分割する。これをすべての稜線長が  $\sigma_{size}$  以下になるまで繰り返し、高密度メッシュを得る。

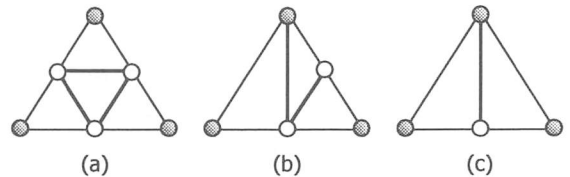


図 3 面分の細分化 (白丸: 追加頂点)

#### 3.2 メッシュ簡略化

細分化により得られた高密度メッシュに対しメッシュ簡略化を行い、品質が向上した粗いメッシュを生成する。本手法では、メッシュ簡略化の為のメッシュ要素数削減方法に、メッシュの稜線を構成する頂点对  $(i, j)$  を新たな一頂点  $k$  に統合する Edge Collapse (EC, 図 5) を用いる。1 レベルのメッシュ簡略化は、以下の 3 ステップからなる(図 4)：

- 1 現在のメッシュ内の頂点对  $(i, j)$  に対する EC 適用後の新頂点位置  $p_k$  の算出 (図 4 A-1, 3.2.1 節)
- 2  $(i, j)$  近傍と  $p_k$  により新たに生成される局所メッシュ評価による EC を適用する頂点对選択 (図 4 A-2, 3.2.1 節)
- 3 選択頂点对への EC の適用と新頂点位置設定 (図 4 A-3)

以上の処理を繰り返し適用する事によって入力メッシュの多重解像度表現(最粗メッシュと詳細部)が得られ、これより、目標面分数のメッシュが高速に得られる。本手法では、図 4 A-2 の、EC で統合する頂点对決定を適切に行うことにより、品質が向上した粗いメッシュを生成する。

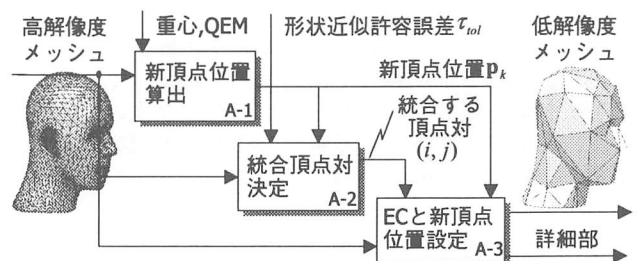


図 4 メッシュ低解像度化アルゴリズム

### 3.2.1 EC適用後の新頂点位置の候補算出

頂点対  $(i, j)$  に対する EC 適用後の新頂点  $k$  の位置  $\mathbf{p}_k$  は、第一候補を、EC 適用後の部分メッシュで品質を高く保つことが可能な  $i$  と  $j$  の 1 近傍の頂点集合の重心、第二候補を、Garland らの手法<sup>[4]</sup>で求められる頂点対  $(i, j)$  に接続する面分からの自乗距離を最小化する位置とする。

### 3.2.2 EC適用頂点対決定

形状近似誤差が指定した閾値  $\tau_{tol}$  以下に抑えられるメッシュ簡略化は、式(1)の条件を満たす頂点対  $(i, j)$  のみを EC の適用対象と限定することで実現する。

$$\mathbf{p}_k^T (\mathbf{Q}_i + \mathbf{Q}_j) \mathbf{p}_k \leq \tau_{tol} \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{Q}_i$  は頂点  $i$  の  $Q$  行列<sup>[4]</sup>である。式(1)は、 $\mathbf{p}_k$  と、 $(i, j)$  に接続する面分集合との自乗距離が  $\tau_{tol}$  以下となること表示。更に、EC 前後で対応する面分の法線の内積値を評価し、面の裏返りが起こる頂点対を EC の適用対象外とする。

EC は、上述の条件を満たし、統合によるメッシュ品質の改善度の高い頂点対から順に適用する。本研究では、面形状の品質評価指標として、有限要素解析の分野でよく使用されるストレッチを用いる。これは、面分の内接円半径  $\times \sqrt{12}$  / 面分の最長辺長さとして定義され、三角形面分  $f$  の辺の長さをそれぞれ  $l_1, l_2, l_3$  とし、 $s = (l_1 + l_2 + l_3) / 2$  とおいて、式(2)で算出できる。

$$STCH(f) = \frac{\sqrt{12}}{\max_{m=1,2,3} l_m} \sqrt{\frac{\prod_{n=1}^3 (s - l_n)}{s}} \quad (2)$$

$STCH(f)$  は、図 6 に示すように面分  $f$  が正三角形の場合に 1、面分形状が歪むに連れて 0 に近づく。式(2)の評価に基づいて、頂点対  $(i, j)$  の統合によるストレッチの改善度を式(3)(4)で定義する。

$$\Delta_{STmin}(i, j) = \frac{\min_{f \in F_k} STCH(f)}{\min_{f \in F_i \cup F_j} STCH(f)} \quad (3)$$

$$\Delta_{STave}(i, j) = \frac{|F_i \cup F_j| \sum_{f \in F_i} STCH(f)}{|F_k| \sum_{f \in F_i \cup F_j} STCH(f)} \quad (4)$$

ここで、 $F_i$  は頂点  $i$  に接続する面分集合である。式(3)(4)の値の大きな頂点対は、極端に歪んだ面分もしくは平均的に歪の大きな部分メッシュを近傍に持ち、かつ、統合後の頂点の近傍メッシュが、極端に歪んだ面分を含まず高い面分形状品質を持つと評価できる。また、メッシュ内の面分分布の均一化を計るために、統合により小さな面分を除去できる頂点対に対して優先的に EC を適用すると決定する。このための評価値は、モデルサイズや目標サイズでスケールした  $f \in F_i \cap F_j$  の面分面積の逆数  $\alpha_{ij}$  を用いる。頂点対  $(i, j)$  に対する最終的な評価値は、3 つの評価値の積  $\Delta_{STmin} \times \Delta_{STave} \times \alpha_{ij}$  として定め、EC は、この評価値の最も大きな頂点対  $(i, j)$  に対し適用すると決定する。

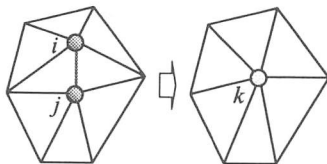


図5 Edge Collapse

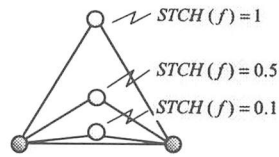


図6 ストレッチ

## 4. 提案手法の適用結果

図 7(a)(d) に示す、円柱、携帯電話の CAD モデルのメッシュ分割により得られた STL メッシュの各々に対し、本手法を適用して得られたメッシュを同図(b)(c), (e)(f) に示す。

(a)(d) のモデルは、その重心点から頂点への最大距離が 10 となるようにサイズを修正し、 $(\sigma_{size}, \tau_{tol})$  は、円柱、携帯電話の各々で  $(0.5, 0.01), (0.2, 0.01)$  と設定した。中間課程で生成された高密度メッシュの面分数は各々 88,000, 72,328 であり、入力メッシュから多重解像度表現生成までの処理時間は各々 20.9 秒, 16.8 秒(P4 2.4GHz)であった。また、図 8 に、図 7 の各モデルに対して面分のストレッチを評価した結果を示す。図 7, 図 8 より、提案法により面分粗密・形状に関するメッシュ品質が改善されていることがわかる。

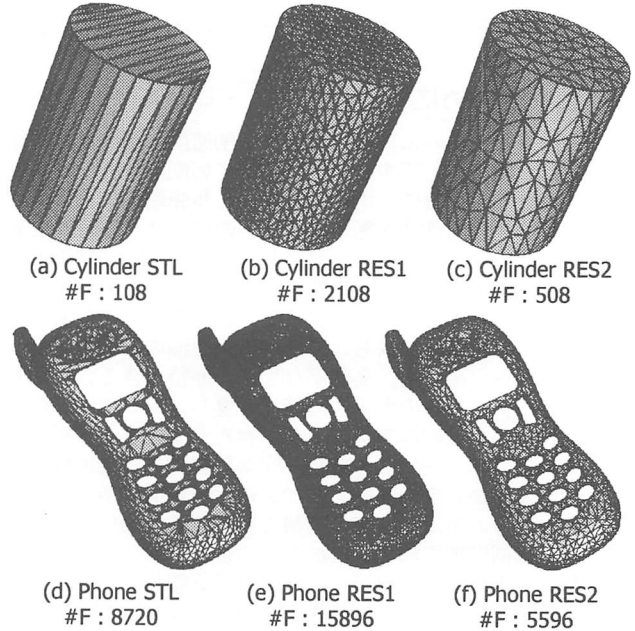


図 7 提案手法の適用結果 (#F: 面分数)

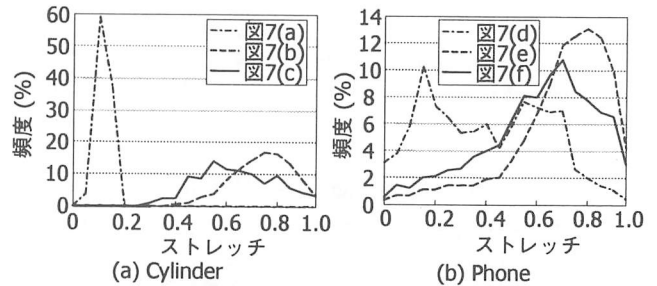


図 8 ストレッチ評価結果

## 5. おわりに

本報告では、メッシュ細分化と簡略化に基づいたメッシュ品質向上手法を提案した。面分サイズを均一化するメッシュの細分化と、メッシュ品質を考慮したメッシュ簡略化により、低品質なメッシュから、面分歪が少なく、面分が均一に分布した高品質なメッシュが生成できることがわかった。

## 【参考文献】

- [1] Wim Sweldens and Peter Schröder: Digital Geometry Processing, SIGGRAPH2001 Course Notes (50), 2001
- [2] 例えば、E. Bechet, J. C. Cuilliere and F. Trochu: Generation of a finite element MESH from stereolithography (STL) files, Computer Aided Design, 34, pp. 1-17, 2002
- [3] 例えば、Michael S. Floater: Parameterization and smooth approximation of surface triangulations, Computer Aided Geometric Design, pp. 231-250, 1997
- [4] M. Garland and P. S. Heckbert: Surface Simplification Using Quadric Error Metrics, proc. of SIGGRAPH97, pp.209-216, 1997