

ジョブショップ・スケジューリング問題のPSO的解法

酪農学園大 ○高取則彦 旭川高専 古川正志, 渡辺美知子 函館高専 浜克己
北海道工業大 川上敬, 木下正博 会津大 成瀬継太郎

要 旨

PSO (Particle Swarm Optimization) は, 動物や人間の集団的行動に着想を得た最適化手法で, 集団における個体の振舞いを支配するとされる3つの原理「評価, 比較, 模倣」を解法に取り入れたものである. 本報告では, ジョブショップ・スケジューリング問題に関して, この考え方を応用した解法を提案し, 計算機実験の結果を報告する.

1. はじめに

スケジューリング問題は, 組合せ最適化問題の一種であり, 問題の規模が大きくなると最適解を求めることは事実上不可能になる. そのため, メタヒューリスティクスなどを適用して, 準最適解を効率的に求める試みがなされている[1].

PSO (Particle Swarm Optimization) は, 動物や人間の集団的行動に着想を得た, 最適化問題に対するメタヒューリスティクスの1つである[2]. 集団に属する個体が行う行動を観察して得られた知見を, 問題の解法に取り入れている.

ここでは, ジョブショップ・スケジューリング問題を対象として, PSOの考え方を応用した解法を提案し, 計算機実験の結果を報告する.

2. PSO

この方法を提案した Kennedy らは, 社会学的考察から, 集団における個体は

- 評価する (evaluate)
- 比較する (compare)
- 模倣する (imitate)

という3つの原理にもとづいて行動するとし, これらを最適化問題の解法に取り入れた. すなわち, 個体を解候補と考え, 各個体は自分の状態を評価し他の個体と比較する. そして, 自分よりよい個体を模倣することにより, 状態の改善を試みる. さらに, 個体は自分のそれまでの最良の状態を記憶しており, 模倣のときこれも考慮に入れる.

個体間にはあらかじめ「つながり」が定められていて, つながり方のトポロジーは保持される. 直接情報交換ができるのはつながりのあるものに限定される. したがって模倣する相手はつながりのある個体から選ばれる. よく用いられるのは, リング状のトポロジーで, 個体 i が個体 $i-1, i+1$ とつながりを持つものである.

PSOによる n 次元関数 $f(x)$ の最小化問題の解法について述べる[2]. 個体 i は組 (x_i, v_i) によって指定される. x_i は位置, v_i は速度と呼ばれる量である. v_i の各成分 v_{ik} ($k=1, 2, \dots, n$) は, 次式により更新される.

$$v_{ik} \leftarrow v_{ik} + r_1(x_{ik}^{\text{best}} - x_{ik}) + r_2(x_{ik}^{\text{local}} - x_{ik}) \quad \dots(1)$$

ここで, x_i^{best} は個体 i のこれまでで最良の位置つまり $f(x_i)$ が最小だった位置, x_i^{local} は個体 i とつながりのあるものの中で最良の個体の位置, r_1, r_2 は一様乱数で, $r_1, r_2 \in [0, R]$ ($R > 0$) である. v_{ik} があらかじめ定められた範

囲 $[-V, V]$ ($V > 0$) を超えた場合は, この範囲内に収める. そして x_i の各成分 x_{ik} ($k=1, 2, \dots, n$) は

$$x_{ik} \leftarrow x_{ik} + v_{ik} \quad \dots(2)$$

により更新される. これらの処理は, 各個体の各成分について, 終了条件を満たすまで繰り返される.

以上は x_i の成分が連続変数の場合であるが, Kennedy らは2値変数の場合についても提案している[3]. それによれば, x_{ik} は式(2)ではなく

$$\text{if } \rho < g(v_{ik}) \text{ then } x_{ik} = 1 \text{ else } x_{ik} = 0 \quad \dots(3)$$

のように更新される. ここで $g(v_{ik})$ はシグモイド関数

$$g(v_{ik}) = \frac{1}{1 + \exp(-v_{ik})} \quad \dots(4)$$

で, $\rho \in [0, 1]$ の一様乱数である. このように, v_{ik} は $x_{ik} = 1$ とする確率を与えるものとして計算に用いられる.

3. スケジューリング問題への応用

このPSOの考え方を取り入れて, ジョブショップ・スケジューリング問題の解法を考えてみる.

個体の位置を解すなわちスケジュールとし, その表現にはジョブ番号の重複順列を用いる. この表現では, 各ジョブの番号はそれが持つタスク数だけ繰り返し現れる. k 回目に現れたジョブ番号は, そのジョブの k 番目のタスクを所定の機械に割り付けることと解釈して, スケジュールへの変換が進められる.

前述の2値変数のPSOを基本に考え, スケジューリング問題のために模倣の処理を次のようにする.

模倣のしかた 部分列すなわち1つ以上の連続した要素を模倣の単位とする. この部分列は, 個体の中から直接選ぶのではなく, スケジュールへの変換後に各機械上での処理順序列から選ぶ. 各個体は, 模倣相手の部分列をそれと同じ位置に複製する.

模倣相手の決定 個体 i は, x_i^{best} と x_i^{local} のいずれかを確率的に選んで模倣相手とする. まず, v_{im} ($m=1, 2, \dots, M$; M は機械台数) を

$$v_{im} \leftarrow v_{im} + r_1 \cdot h(s_{im}, s_{im}^{\text{best}}) - r_2 \cdot h(s_{im}, s_{im}^{\text{local}}) \quad \dots(5)$$

により更新し, さらに式(4)を用いて $g(v_{im})$ を計算する. ここで, $s_{im}, s_{im}^{\text{best}}, s_{im}^{\text{local}}$ はそれぞれ $x_i, x_i^{\text{best}}, x_i^{\text{local}}$ において模倣の対象となる位置の部分列, 関数 $h(s_1, s_2)$ は部分列 s_1, s_2 について $s_1 \neq s_2$ のとき 1, $s_1 = s_2$ のとき

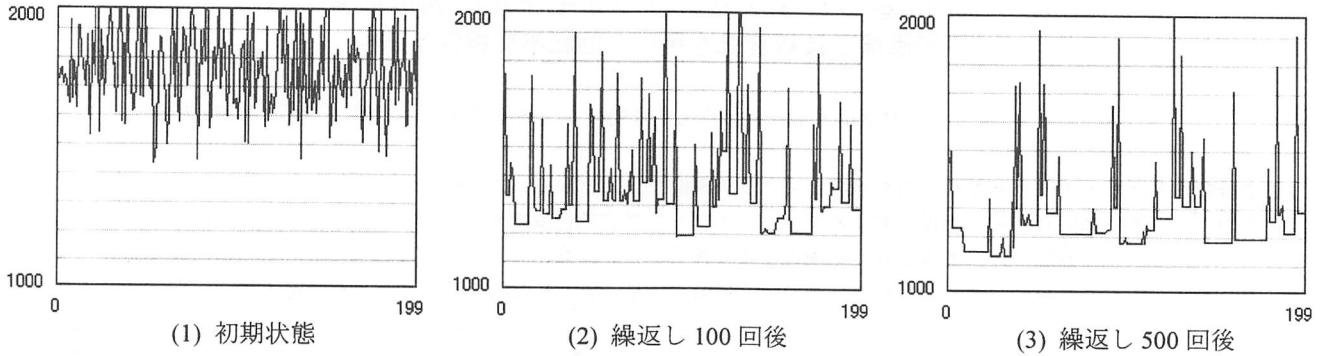


図1 動作の様子 (横軸: 個体番号, 縦軸: 評価値 (C_{max}))

0となる. x_i と x_i^{best} の部分列が一致しないとき v_{im} は増加し, x_i と x_i^{local} の部分列が一致しないとき v_{im} は減少する. このような設定から, $g(v_{im})$ を x_i^{best} を模倣する確率と見なし, $\rho < g(v_{im})$ ならば x_i^{best} を,そうでなければ x_i^{local} を選ぶことにする.

全体の処理手順は,以下のようにまとめられる.

Step 1 個体 i ($i = 1, 2, \dots, N$; N は個体数)について, x_i^{best} を記録する.

Step 2 個体 i ($i = 1, 2, \dots, N$)について,以下を行う.

2-1 x_i^{local} を求める.

2-2 $m = 1, 2, \dots, M$ について,以下を行う.

- ・式(5)により v_{im} を更新する.
- ・ v_{im} が $[-V, V]$ を超えたら,この範囲内に収める.
- ・ $\rho < g(v_{im})$ ならば, x_i^{best} の部分列を模倣,そうでなければ x_i^{local} の部分列を模倣する.

Step 3 終了条件を満たしていなければ,Step 1へ戻る.

4. 実験

上述の方法をもとにプログラムを作成し,計算機実験を行った.対象とした問題例は'fit10'として知られる10ジョブ10機械のベンチマーク問題である.スケジューリングの評価尺度は総処理時間 C_{max} を用いた.

PSOの条件は,個体数 $N = 200$,繰返し回数10000とした.個体間のつながりはリング状のトポロジーとし,個体 i が個体 $i-1, i+1$ とつながりを持つものを用いた.個体の初期状態はランダムに生成した.この問題例では各機械において処理順序列の長さは10なので,模倣する部分列の長さは1~10からランダムに選んだ.また部分列の位置もランダムに決定した.

図1は,典型的な動作の様子を示している.横軸は個体の番号,縦軸は個体の評価値を表している.初期状態では各個体さまざまな評価値を取っているが,処理が繰り返されるにつれて全体的に改善され,さらに評価値が同じ個体のグループが形成されていくのがわかる.模倣により評価値が改善された場合は,つながりのある個体はその結果をさらに模倣するので,改善が周辺にも及ぶようになる.評価値が悪くなる場合は,平坦な部分の境界に見られることが多く,評価値が同じの平坦な部分にもときどき現れる.

表1は,式(5)の乱数 r_1, r_2 の範囲 $[0, R]$ と v_{im} の限界値 V を変え,それぞれの条件について10回ずつ実行した結果である. R は v_{im} の値に直接影響し,大きいときは v_{im} が大きく変わるため, x_i^{best} を模倣する確率が大きく

変わりうる. V は v_{im} の範囲を制限するため, x_i^{best} を模倣する確率の上限・下限に影響を与える.表の()に,その確率が取りうる値の範囲を示している. $R = 1.0$ のとき, $V = 2.0, 4.0$ の場合に最小値に関してよい結果が得られている. $R = 0.1, 0.5$ のとき, V を変えても平均値ならびに最小値にはあまり違いが見られなかった.

表1 実行結果 (Ave: 平均, SD: 標準偏差, Min: 最小値, Max: 最大値)

		$V = 1.0$ (0.27 - 0.73)	2.0 (0.12 - 0.88)	4.0 (0.02 - 0.98)
$R = 0.1$	Ave	1106.0	1110.2	1107.9
	SD	15.92	19.10	14.65
	Min	1077	1068	1072
	Max	1126	1142	1127
0.5	Ave	1101.0	1097.1	1097.2
	SD	21.58	18.15	20.34
	Min	1064	1067	1067
	Max	1130	1122	1125
1.0	Ave	1107.2	1097.8	1102.6
	SD	17.33	29.30	25.88
	Min	1070	1046	1049
	Max	1129	1144	1138
2.0	Ave	1102.7	1103.8	1094.2
	SD	26.97	13.52	22.91
	Min	1065	1088	1067
	Max	1160	1129	1137

5. おわりに

PSOの考え方を取り入れたジョブショップ・スケジューリング問題の解法を提案した.今回提案した方法では,スケジュールの部分列を単位としてPSOにおける模倣プロセスを進めることにした.計算機実験を行い,その結果を報告した.

参考文献

- [1] 黒田, 村松, 生産スケジューリング, 朝倉 (2002).
- [2] J. Kennedy and R. Eberhart, Particle Swarm Optimization, Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks IV (ICNN 95), 1942-1948 (1995).
- [3] J. Kennedy and R. Eberhart, A Discrete Binary Version of the Particle Swarm Algorithm, Proceedings of the 1997 Conference on Systems, Man, and Cybernetics, 4104-4108 (1997).