

要 旨

本研究は,実体モデルの離散的な点群データへ曲面をあてはめることで,高品位な CAD モデルを生成する方法の確立を目的としている.これまでの研究では,実体モデルを計測して獲得した離散的な 3 次元点群データから生成した自由曲面を加工したときにしわや歪みが発生していることがあった.そこで本報では,曲面生成シミュレーション段階でしわや歪みの発生状況を検出するためにガウス曲率等を用いた形状評価手法について報告する.

1. 結 論

形状設計方法の一手法であるリバースエンジニアリング(RE:Reverse Engineering)では,実体モデルを測定して獲得した形状の点群データに基づいたあてはめ処理によって曲面を生成することが重要な技術となっている.

本研究は,実体モデルの離散的な 3 次元点群データへ高次連続(C<sup>2</sup> 級)自由曲面を高品位にあてはめる方法の確立を目的としている.これまでの研究では,生成した曲面のシェーディング描画やあてはめ誤差分布状況を描画することで生成した曲面の評価を行ってきた<sup>1)</sup>.しかし,描画した曲面が滑らかに見え,かつあてはめ誤差が小さいにもかかわらず,実際に切削加工すると曲面にしわや歪みが発生していることがあった.

そこで本報では,実体モデルの特徴を損なわずに高品位な自由曲面が生成できているかを評価する方法を示し,検証実験によりその評価法の有効性を確認したことを報告する.なお,曲面等の描画には OpenGL<sup>2)</sup>を用いた.

2. NURBS 曲面あてはめ処理

2.1 NURBS 曲面

NURBS(Non Uniform Rational B-Spline)曲面は,現在の CAD システムにおいて形状を表現するために標準に用いられている曲面であり,次式で与えられる<sup>3)</sup>.

$$\mathbf{S}(u, v) = \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m w_{ij} N_{i,k}(u) M_{j,l}(v)}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m w_{ij} N_{i,k}(u) M_{j,l}(v)} \mathbf{V}_{ij} \quad (1)$$

ここで, $u$  と  $v$  は曲面パラメータ, $(n+1)$  と  $(m+1)$  および  $k$  と  $l$  はそれぞれ  $u$  および  $v$  方向の制御点数および階数, $\mathbf{V}_{ij}$  ( $i=0,1,\dots,n; j=0,1,\dots,m$ ) は制御点, $w_{ij}$  ( $i=0,1,\dots,n; j=0,1,\dots,m$ ) は各制御点における重み, $N_{i,k}(u)$  および  $M_{j,l}(v)$  はそれぞれ  $u$  および  $v$  方向の基底関数である.なお,すべての重みを  $w_{ij}=1$  とすると B-Spline 曲面となる.

2.2 NURBS 曲面変換と逆変換

NURBS 曲面は,制御点から得られる近似曲面であり,制御点を定義して曲面を求めることを NURBS 曲面変換という.

一方,実体モデルの形状を測定して獲得した離散的な点群データに NURBS 曲面をあてはめるとき,点群データと基底関数から制御点を算出する.この処理を NURBS 曲面逆変換と呼ぶ.

式(1)において,制御点マトリックスを  $[\mathbf{V}]$ ,基底関数マトリックスを  $[\mathbf{NM}]$ ,NURBS 曲面を  $[\mathbf{S}]$  とすると次式で表わせる.

$$[\mathbf{S}] = [\mathbf{NM}][\mathbf{V}] \quad (2)$$

逆変換では,点群データが曲面上のデータと一致するように処理することから,点群データマトリックスを  $[\mathbf{P}]$  とすると制御点マトリックス  $[\mathbf{V}]$  は次式で求められる.

$$[\mathbf{V}] = ([\mathbf{NM}]^T [\mathbf{NM}])^{-1} [\mathbf{NM}]^T [\mathbf{P}] \quad (3)$$

なお,本研究では重み  $w_{ij}=1$  として処理している.

2.3 曲面パラメータ

点群データを  $\mathbf{P}_{ij}$  ( $i=0,1,\dots,r; j=0,1,\dots,s$ ) とするとき,各点群データに対応する  $u$  および  $v$  方向のパラメータ  $u_{ij}$  および  $v_{ij}$  は,それぞれ連続する点群データの弦長を用いて求める.なお,各方向のパラメータの範囲は  $0.0 \leq u_{ij} \leq 1.0, 0.0 \leq v_{ij} \leq 1.0$  とする.

2.4 ノットベクトル

ノットベクトルは,生成する曲面のパラメータの両端では多重ノット,それ以外では均一ノットの配置となるユニフォーム形とした.

3. 曲面の品質評価法

曲面の評価は,生成した曲面のシェーディング描画やあてはめ誤差分布状況描画で行ってきた.本報ではこれらの評価法に加え,等高線の描画およびガウス曲率の分布状況を描画することで曲面の品質評価を行うことにした.

図 1 は,曲面論<sup>4)</sup>に基づく関係図である.

図 1(a)に示すように,曲面  $\mathbf{S}=(u, v)$  における任意の点  $\mathbf{S}_{ij}=\mathbf{S}(u_i, v_j)$  において,各パラメータ方向の接線ベクトルを  $\mathbf{S}_u$  および  $\mathbf{S}_v$  とする. $\mathbf{S}_u$  および  $\mathbf{S}_v$  によって作られる平面  $\mathbf{H}$  を点  $\mathbf{S}_{ij}$  における接平面という. $\mathbf{S}_{ij}$  を通り接平面に垂直な直線を曲面の法線といい,法線の単位ベクトル(単位法線ベクトル)を  $\mathbf{e}$  とすると次式で表わされる.

$$\mathbf{e} = \frac{\mathbf{S}_u \times \mathbf{S}_v}{\sqrt{(\mathbf{S}_u \times \mathbf{S}_v)^2}} \quad (4)$$

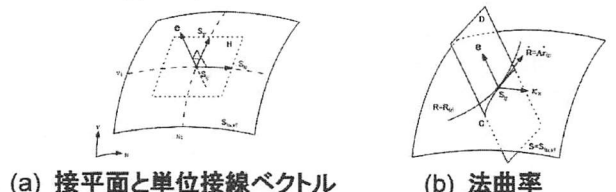


図 1 曲面論に基づく関係図

図 1(b)に示すように、曲面  $S$  上の点  $S_{ij}$  を通る任意の曲線を  $R=R(t)$  とし、その曲線上の点でもある点  $S_{ij}$  における接線ベクトルを  $\dot{R}=A\dot{r}(t)$  とする。ここで、 $\dot{r}(t)$  は単位接線ベクトル、 $A$  は定数、 $t$  はパラメータである。 $\dot{R}$  と  $e$  を含む平面  $D$  と曲面  $S$  との交線を  $C$  とする。このとき交線  $C$  の曲率を曲面  $S$  の点  $S_{ij}$  における方向  $\dot{R}$  に対する法曲率  $\kappa_n$  という。点  $S_{ij}$  において、曲線  $R$  が変化すると交線  $C$  も変化することから法曲率  $\kappa_n$  も変化する。このとき、 $\kappa_n$  が極値をとる方向を法曲率の主方向といい、そのときの極大値  $\kappa_{n-max}$ 、極小値  $\kappa_{n-min}$  を共に主曲率という。そして、 $\kappa_{n-max}$  と  $\kappa_{n-min}$  の積をガウス曲率  $K$  といい、次式で表わされる<sup>5),6)</sup>。

$$K = \frac{((S_u \times S_v) \cdot S_{uu})(S_u \times S_v) \cdot S_{vv}) - ((S_u \times S_v) \cdot S_{uv})^2}{|S_u \times S_v|^4} \quad (5)$$

ここで、添字の  $u$  および  $v$  は曲面を各パラメータ方向へ添字の数だけ微分(1階または2階)することを示している。

なお、表 1 は、ガウス曲率の符号と曲面形状の関係である。

表 1 ガウス曲率の符号と曲面形状

符号	曲面	形状
$K > 0$	楕円体曲面	
$K < 0$	双曲面	
$K = 0$	円筒曲面, 平面	

#### 4. 検証実験結果と考察

点群データに基づいたあてはめ処理によって生成した曲面を評価する検証実験を行うため、実体モデルの形状を接触式形状測定機 MDX-15(Roland DG 社製)で計測した。

図 2 は、生成した NURBS 曲面をシェーディング描画したものである。光が曲面に垂直に当たっている斜面部では白色で表現されており、形状の変化の様子がよくわかる。しかし、それ以外の底面部や上面部の変化の様子を確認することは難しい。

図 3 は、生成した曲面を等高線で描画したものである。形状の変化が大きい部分では等高線の間隔が密になり、変化が小さい部分では粗になっている。また、底面部において等高線が歪んでいることから、この部分では曲面にうねりが生じていると思われる。

図 4 は、生成した曲面上にガウス曲率を描画させたものである。底面部と斜面部との境界付近においてガウス曲率の符号が変化していることから、楕円体曲面と双曲面が交互に現れ、生成した曲面にうねりが生じていると考えられる。このことは、図 2 および図 3 では確認することが困難であったことである。

図 5 は、生成した曲面を切削加工した結果である。形状全体において曲面あてはめ処理が良好に行われている。また、図 4 で示したように、ガウス曲率が変化している部分において、曲面にうねりがあることが確認できた。

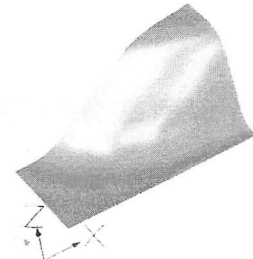


図 2 生成した NURBS 曲面

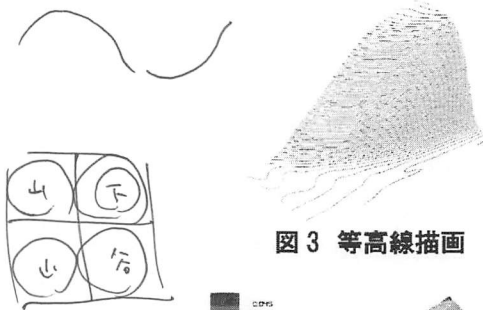


図 3 等高線描画

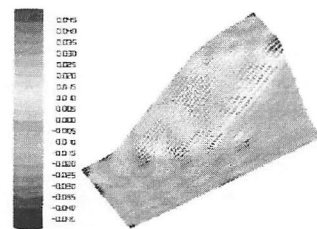


図 4 ガウス曲率分布状況

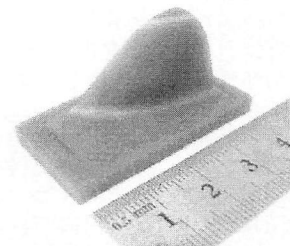


図 5 加工実験結果

#### 5. 結論

点群データに基づいて生成した曲面のガウス曲率を描画することで、これまでの評価法では困難であった形状の変化を評価することが可能となった。

今後の課題は、これらの曲面評価法により得られた情報を曲面あてはめ処理にフィードバックさせた高品位な自由曲面生成法を確立することである。

#### 参考文献

- 1) 西尾元章, 後藤孝行: 3次元点群データに基づく自由曲面生成法, 日本機械学会北海道支部 第43回講演概要集(2003)210.
- 2) Manson Woo, Jackie Neider, Tom Davis: The official Guide to Learning OpenGL, Version 1.1, Pearson Education Japan (1997).
- 3) David F. Rogers: An Introduction to NURBS with Historical Perspective, Morgan Kaufmann Publishers (2001).
- 4) 山口富士夫: 形状処理 I, 日刊工業新聞社(1982).
- 5) 川合慧: コンピュータグラフィックス 第2版-1, 日刊工業新聞社(1993).
- 6) J.C.Dill: An Application to the Display of Curvature, Computer Graphics, 15, 3(1981)153.