

物理モデリングにおける直列多リンク倒立振子の制御

北海道大学 ○白石直樹 鈴木育男 山本雅人 古川正志

要旨

本研究では、現実に則した物理環境内に多リンク倒立振子モデルを構築し、この倒立振子モデルの振り上げ運動をANNにより制御する物理モデリングに基づく手法を提案する。ANNの学習にはGAを採用し、獲得された挙動の考察により本手法の有効性を検証する。

1. はじめに

倒立振子の制御は制御目的が明確であることや、実験装置の製作が比較的容易なことなどから各種の制御系を検証する意味で広く研究されている。現在の主流な制御手法は微分方程式を用いた制御である。しかし、実際には倒立振子は非線形性を伴うこと、計算要素が多量であること等の理由から微分方程式を用いる手法では多リンク振子の制御は困難である¹⁾。

そこで本研究では、この問題を解決するために物理エンジンの物理計算下での人工ニューラルネットワーク(ANN)と遺伝的アルゴリズム(GA)を用いた制御手法を提案する。

2. 直列多リンク倒立振子問題

直列多リンク倒立振子問題とは直列に多数接続されたそれぞれ360°自由に回転できる振子を垂直に立たせる問題である。以下では直列2リンク倒立振子を例に問題の記述を行う。

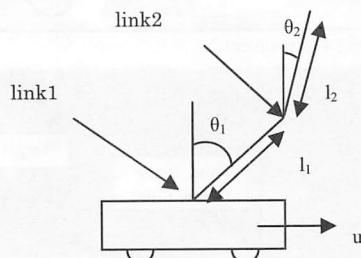


Fig.1 two linked inverted pendulum

図1において θ_1, θ_2 はそれぞれlink1, link2における上向きの垂直軸と成す角度であり、 l_1, l_2 はそれぞれlink1からlink2までの長さ、link2から振子の先端までの長さである。また u は台車にかける力である。

図1のような倒立振子の場合、制御のための微分方程式は以下のように記述される。

link1に関して、

$$J\ddot{\theta}_1 = V_1 l_1 \sin \theta_1 - H_1 l_1 \cos \theta_1 - C_1 \ddot{\theta}_1 \quad (1)$$

$$m_1 \frac{d^2}{dt^2} (x_1 + \sin \theta_1) = H_1 \quad (2)$$

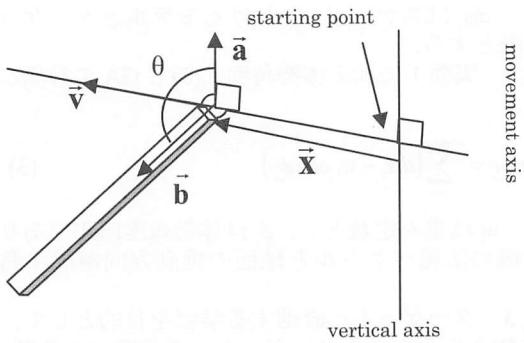


Fig.2 outline chart of experimental environment and parameter

$$m_1 \frac{d^2}{dt^2} (l_1 \cos \theta_1) = V_1 - m_1 g - m_2 g \quad (3)$$

$$J = m_1 l_1^2 / 3 \quad (4)$$

link2に関して、

$$J\ddot{\theta}_2 = V_2 l_2 \sin \theta_2 - H_2 l_2 \cos \theta_2 - C_2 \ddot{\theta}_2 \quad (5)$$

$$m_2 \frac{d^2}{dt^2} (x_2 + \sin \theta_2) = H_2 \quad (6)$$

$$m_2 \frac{d^2}{dt^2} (l_2 \cos \theta_2) = V_2 - m_2 g \quad (7)$$

$$J = m_2 l_2^2 / 3 \quad (8)$$

制御については

$$M(\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2) = u - B(\dot{x}_1 + \dot{x}_2) - H \quad (9)$$

となる。

式(1)～(9)において、 J は慣性モーメント、 H, V はそれぞれ振子に働く水平、垂直成分の力、 C は粘性摩擦係数、 m_1, m_2 はそれぞれ1つ目の振子、2つ目の振子の重さ、 x は台車の移動距離、 B は地面との粘性摩擦係数である。

3. 物理モデリングによる倒立振子の振り上げ

3.1 物理モデリング

本研究では実機モデルを作製せず、計算機内に物理環境を構築し、その中でシミュレーションを行う。物理エンジンPhysXを使用して、物理法則に従った衝突などの物理計算を行える環境を構築する。

3.2 ANNによる制御

倒立振子モデルの制御はANNで行う。今回はフィー

ドフォワード型の3層ANNを採用した。各層のニューロン数は入力層が7個、中間層が5個、及び出力層が1個とした。入力は垂直軸方向単位ベクトル \mathbf{a} と支持点から振子の重心方向への単位ベクトル \mathbf{b} の内積 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ 、振子の直交系3軸周りの角速度 θ 、支持点の位置ベクトル \mathbf{x} の絶対値 $|\mathbf{x}|$ 、ベクトル \mathbf{x} の正負(正:1, 負:-1)、及び支持点の水平速度 v とした(図2)。各結合間の重みの値域は[-1,1]とした。倒立振子モデルの挙動は支持点に以下の式(10)の力 $F[N]$ を加えることで制御した。式(10)中の y はANNの出力層の値である。

$$F = -1000 + 2000 * y \quad (10)$$

4. 数値計算シミュレーション

多リンク倒立振子モデルを振り上げるシミュレーションを行った。今回は、単一倒立振子を実験モデルとする(図3)。

4.1 シミュレーション条件

実験条件を述べる。まず、実験モデルは長さ2[m]、太さ0.1[m]の直方体とし、密度は1000[kg/m³]とする。実験環境は、全長100[m]のレール上で支持点が移動し、振子を振り上げる。支持点の制御にはANNを採用し、GAを適用して最適化を行った。GAの実験条件を表1に示す。

Table.1 experimental GA conditions

| | |
|----------------------|------------|
| population | 20 |
| generations | 100 |
| crossover percentage | 95[%] |
| mutation percentage | 5[%] |
| steps | 1800[step] |
| one step time | 0.005[sec] |

モデルの評価は、各ステップでの評価値を以下の方程式(11)に基づいて計算し、学習時間の全ステップでの f の総和を最大化させることで行った。ただし、倒立振子モデルがレールの端に達した場合、その時点でのシミュレーションを打ち切り、評価値の総和から10000を引き、その個体の評価値とした。

$$f = \bar{\mathbf{a}} \cdot \bar{\mathbf{b}} - |\mathbf{x}| \quad (11)$$

4.2 実験結果

100世代での学習実験を5回行った。5回の実験の結果、全ての実験でANNによる姿勢制御に向かって見られた。各世代での最良個体の評価値について、5回の学習実験のうち学習後の評価値が最大の実験結果と最小の実験結果、及び5回の実験の平均を図4に示す。また、学習後の評価値が最大だった個体の位置と角度をプロットした結果を図5に示す。開始から450ステップあたりまでに振子の角度と位置の変化の連動が見られる。これは振り上げ動作によって見られる所作である。また500ステップあたりから余弦の値が1に限りなく近い値で安定していることがわかる。余弦は垂直軸方向の単位ベクトルと支持点から振子の重心方向への単位ベクトルとの内積なので、これが1に近づくことは振子が倒立状態に近づくことを意味し、1に近い値での安定は倒立

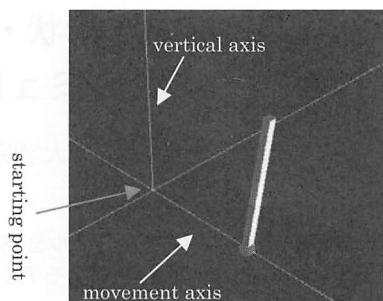


Fig.3 experiment screen

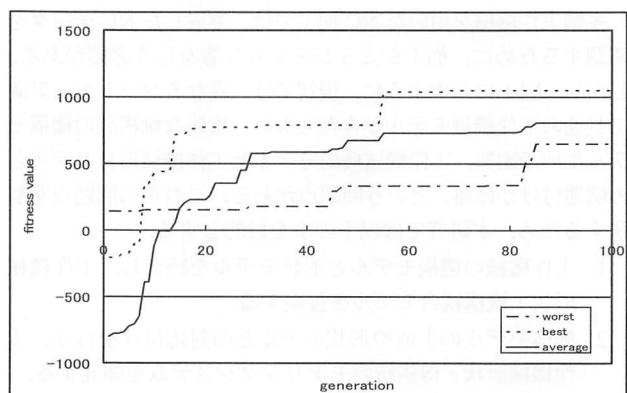


Fig.4 evaluation value of each generation

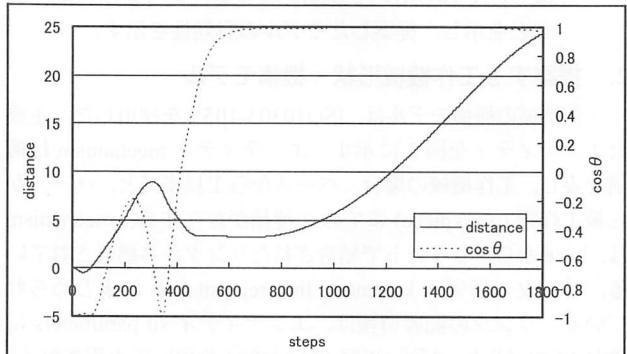


Fig.5 position and angle of pendulum

状態の安定を意味している。しかし、800ステップあたりから、一定方向に力を加えながら安定状態を保とうとしている事がわかる。今回の実験の様に移動範囲に制限がある場合、本来小刻みに振動しながら安定状態を保とうとするのが望ましく、今回得られた挙動は望ましい安定状態とはいえない。

5. おわりに

今回は単一倒立振子のモデルを作製し、ANNによる1軸上での姿勢制御をGAにより最適化させる実験を行った。今後の課題として永続的な安定状態の獲得、多リンク倒立振子による実験、移動軸を平面へ拡張する等が挙げられる。

6. 参考文献

- 佐藤諭、大久保重範、及川一美、高橋達也:倒立振子の製作と制御系設計、計測自動制御学会東北支部,224(14)