204

局所クラスタリング組織化法によるn-TSPの解法

北海道大学　○坂本 延寛，鈴木 育男，山本 雅人，古川 正志
北見工業大学　渡辺 美知子

要旨

これまでに，LCOは高速かつ高精度なTSPの解法であると実証されている．しかし，n-TSPに対する有効性は検証されていない．ここでn-TSPとは，TSPにおいてn人のセールスマンが与えられた都市を巡回訪問する問題である．このとき，全体の経路長を最小化し，かつ各セールスマンの経路長均等化が必要となる．本研究では，n-TSPに対してLCOを適用する手法を提案し，その有効性を数値計算実験で検証する．

1. はじめに

巡回セールスマン問題（TSP）は，NP困難な問題として知られる組合せ最適化問題のひとつである．一般的なTSPでは各2都市間のコストしか定義されないが，都市を空間内に配置し，都市間ユークリッド距離をコストとする問題も多く扱われる．これまでに，TSPの解法である局所クラスタリング組織化法(Local Clustering Organization, LCO)は，遺伝的アルゴリズム(GA)や自己組織化マップ(SOM)などに比べて，高速にかつ高精度な近似解を導くことが実証されている[1]．しかし，TSPをn人のセールスマンに拡張した問題であるn-TSPに対しては，LCOの適用方法とその有効性は検証されていない．

本研究では，n-TSPに対するLCOの適用方法を提案し，その有効性をGAと比較して数値計算実験で検証する．

2. n人巡回セールスマン問題(n-TSP)

n-TSPとは，TSPにおいてn人のセールスマンが与えられた都市を重複することなく巡回訪問する問題である．さらに，全てのセールスマンは共通の出発－帰還都市を持つとする．これは，物流センターのトラック配送計画などに相当する問題で，経路全体のコスト（距離，時間など）を最小化し，かつ各セールスマンの担当経路のコストを均等化することが必要とされる．

2.1. 問題の記述

一般のTSPは，都市集合$I=\{\, i \mid i=1,2,\ldots,N \,\}$とすると，以下のように定式化される．

$$\text{minimize} \quad \sum_i \sum_j c_{ij} x_{ij} \qquad (1)$$

$$\text{subject to :} \quad \sum_i x_{ij} = 1 \quad \left(\forall j \in \{1,2,\ldots,N\}\right) \qquad (2)$$

$$\sum_j x_{ij} = 1 \quad \left(\forall i \in \{1,2,\ldots,N\}\right) \qquad (3)$$

ここで，c_{ij}は都市i,j間のコスト，Nは都市数である．x_{ij}は都市iからjへのパスがあれば1，無ければ0とする．

n-TSPは上記問題において，

$$\text{minimize} \quad \sum_k \sum_j \sum_j c_{ij} x_{kij} y_{ki} \qquad (4)$$

$$\text{subject to :} \quad \sum_i x_{kij} y_{ki} = 1 \quad \left(\forall j,k \in \{1,2,\ldots,N\}\right) \qquad (5)$$

$$\sum_j x_{kij} y_{ki} = 1 \quad \left(\forall i,k \in \{1,2,\ldots,N\}\right) \qquad (6)$$

$$\sum_k y_{ki} = 1 \quad \left(\forall i \in \{1,2,\ldots,N\}\right) \qquad (7)$$

の様に定式化される．ここで，kは各経路の番号とし，x_{kij}は，経路kに都市iからjへのパスがあれば1，無ければ0とする．また，y_{ki}は経路kに都市iが含まれれば1，含まれなければ0とする．

2.2. 従来の解法

n-TSPの解法には，近似解法ではGA，SOM[2]，およびファジィc-means法[3]を用いた手法が存在する．しかし，GAは局所探索を行わないアルゴリズムのため，問題が大規模な場合には近似解を得るまでに非常に多くの時間を費やすことが問題である．また，SOM，ファジィc-meansを用いた手法は，都市間コストだけでなく都市の座標値を使用するので，都市間コストのみ設定されている一般的なn-TSPを解くことができないという問題がある．そこで，本研究では，都市間コストのみを利用し，高速かつ高精度な手法であるLCOを用いた．

3. 局所クラスタリング組織化法(LCO)

3.1. LCOのアルゴリズム

LCOは，リカッチ型学習式に基づき，局所的最適化をランダムに繰り返すことにより大域的最適化を実現する手法である．この際，局所的最適化はクラスタリングにより行われる．以下にN都市のTSPに対するLCOの基本アルゴリズムを示す．

(1) N個の都市をランダムに一周する経路を生成する．
(2) ランダムに都市cを選択し，近傍範囲rを設定する．
(3) 都市cの両近傍$c\text{-}r$から$c\text{+}r$までの経路をクラスタリングにより最適化する．
(4) 終了条件を満たせば終了．それ以外は(2)戻る．

ここで，(3)におけるクラスタリング手法には，交換法(SEM)，逆位交換法(IEM)および平滑法(SM)がある．また，(2)～(3)の流れを1ステップとする．

3.2. n-TSPへの適用

LCOをn-TSPへ適用するためには，解表現と評価関数をn-TSPに適応させる必要がある．このため，出発-帰還都市を多重点として扱い，セールスマンの人数分n個の出発-帰還都市を設定する．解表現は，巡回するN個の都市とn個の出発－帰還都市を要素とする長さN+nの一次元配列とする．評価関数は，(4)を以下の様にして用いる．

$$\text{minimize} \quad \omega_1 f_1\left(x_{kij}, y_{ki}\right) + \omega_2 f_2\left(x_{kij}, y_{ki}\right) \qquad (8)$$

$$\text{subject to:} \quad \omega_1 + \omega_2 = 1 \qquad (9)$$

$$\text{where} \quad f_1\left(x_{kij}, y_{ki}\right) = \sum_k \sum_i \sum_j c_{ij} x_{kij} y_{ki} \qquad (10)$$

$$f_2\left(x_{kij}, y_{ki}\right) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_k \left(\sum_i \sum_j c_{ij} x_{kij} y_{ki} - \frac{f_1\left(x_{kij}, y_{ki}\right)}{n} \right)^2} \qquad (11)$$

ここでω_1，ω_2は各評価の重みである．これは，経路全体のコストと，各経路コストの標準偏差の線形和であり，これを最小化するようにクラスタリングを適用することで最適化を行うことを意味する．この際，出発－帰還都市間のコストを，他の都市間コストに比べて十分大きくすることで，出発－帰還都市間にパスが生成されることを防ぐ．

4. 数値計算実験

n-TSP に対する LCO の有効性を検証するために以下の 2 つの実験を行なった．2 つの実験で，LCO の設定，GA の設定，問題設定は同一とする．

4.1. LCO の設定

LCOの近傍値は，0< r <0.4Nを満たす乱数をクラスタリング一回毎に生成して決定する．また，各クラスタリング手法も一回毎にランダムに選択し，文献[1]の結果からSEM，IEM，SMの選択割合を，0.4，0.4，0.2 とする．

4.2. GA の設定

GAの個体数は 30 とした．選択手法は，まず評価値で昇順にソートし，下位半分を上位半分で置き換えることとする．交叉はEXX(枝交換交叉)[4]を用い，下位半分の個体に適用する．突然変異は，各個体に 30%の確率で 2-opt を適用することとした．

4.3. 問題設定

実験対象は，60 都市を 3 人，120 都市を 3 人，120 都市を 6 人で分担する問題とし，都市の座標はランダムに設定される．その後，LCO，GA を用いて近似解を求める試行を 10 回行い，その平均を結果とする．終了条件は，LCO では 200 ステップ，GA では 200 世代連続で解が改善されない場合とする．

4.4. 実験 1

この実験では上記の設定のもとで，n-TSP に LCO と GA を適用し，n-TSP に対する LCO の有効性を検証した．

4.5. 実験 2

n-TSP では，各経路のコストを均等化することが必要となるが，各都市のコストは考慮されていない．例えば，都市間コストを都市間の移動に必要な時間として考えた場合，各都市にも荷物の積み下ろしなどの滞在時間が必要だと考えられる．その場合には，都市間の移動にかかる時間だけでなく，各都市に滞在する時間も含めて均等化することが課題となる．そこで，都市間コストだけでなく，各都市に設定されたコストを加えた値を各経路のコストとすることでこの問題に対応し，数値計算実験を行う．その際，対象とする問題の各都市に 5～10 の範囲でランダムにコストを設定した．

4.6. 結果

LCOおよびGAの近似解の総経路コスト比較のグラフを**図 1** に示す．また，計算時間比較のグラフを**図 2** に，各経路コストの標準偏差のグラフを**図 3** に示す．LCO では，120 都市の問題で経路全体のコストが GA に比べて 5%～7%減少し(図 1)，ほぼ同等である 60 都市の問題についても，計算時間が大幅に短縮されている(図 2)．ただし，各経路コストの標準偏差は，GA に比べて大きくなる場合もある(図 3)．

5. おわりに

数値計算実験により，LCO は n-TSP に対しても有効な手法であることが示された．また，各経路のコストに，都市間コストでなく各都市に設定されたコストを加えた場合にも同様の結果が得られた．ただし，この手法では，評価値計算の際に全経路のコストを計算する必要があり，大規模な問題では莫大な計算時間が必要となる．そのため，評価関数の見直しなどによる計算量の減少が今後の課題である．

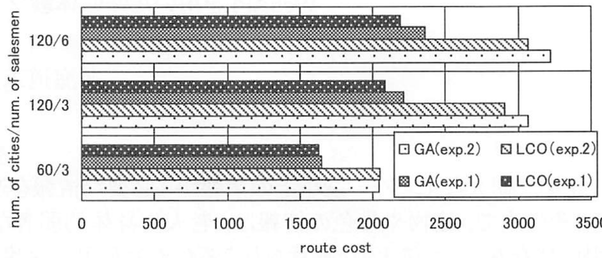

Fig.1. Comparison of route cost

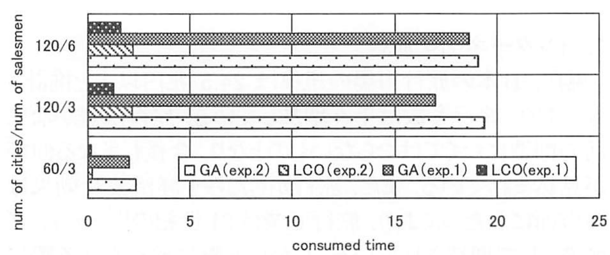

Fig.2. Comparison of the computational time for LCO and GA

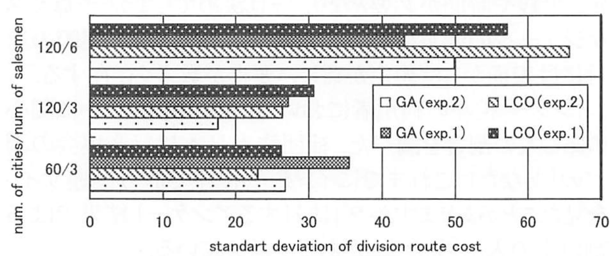

Fig.3. Comparison of the standard deviation of the division route cost

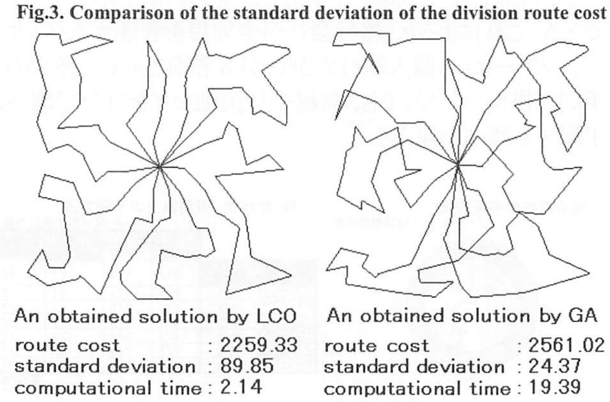

Fig.4. Obtained solutions by LCO and GA

参考文献

1)古川 正志，渡辺 美知子，松村 有祐：局所クラスタリング組織化法による TSP の解法，機論 C 編，**71**(711)，2005，3189-3195

2)古川 正志，渡辺 美知子，嘉数 侑昇：ビークル経路問題への SOM の適用，精密工学会，**72**(5)，2006，591-595

3)渡邊 浩和，小野 勉，松永 昭浩，金川 明弘，高橋 浩光：ファジィ c-means 法を用いた複数巡回セールスマン問題の一解法，日本ファジィ学会，**13**(1)，2001，119-126

4)前川，玉置，喜多，西川：遺伝的アルゴリズムによる巡回セールスマン問題の一解法，計測自動制御学会，**31**(5)，2995，598-605