

サイバーフィールドのための4次元メッシュモデルの生成

北海道大学 ○川岸 良次, 伊達 宏昭, 小野里 雅彦, 田中 文基

要 旨

本研究では、動的に変化する3次元形状を4次元形状としてモデル化するために、4次元空間中の四面体を基本要素とした4次元メッシュモデルならびに3次元ボクセルの時系列データから4次元メッシュモデルを生成する手法を提案する。また、4次元メッシュモデルから3次元メッシュモデルを抽出する手法について述べる。

1. はじめに

サイバーフィールドとは、実世界の対象の構造や性質・挙動をコンピュータ内に反映させた仮想空間である。その構築には多くの技術的課題が残されており、そのひとつとして時間の情報を含む4次元時空間の構造を記述できるモデルの必要性が挙げられる[1]。

現在、3次元形状を取り扱うアプリケーションは基本として静的な3次元空間を対象としており、運動シミュレーションやアニメーションにより形状の時間変化の情報が提示されている。しかし、こうした処理はアプリケーションに依存するものであり、形状の時間変化を4次元として明示的に取り扱っていない。サイバーフィールドでは、形状の動的な状態を4次元空間で包括的に扱うことが望まれる。

本研究では、動的に変化する3次元形状から4次元メッシュモデルを生成する手法を提案する。また、4次元メッシュモデルの構造理解のため、4次元メッシュモデルからの3次元メッシュモデル抽出について述べる。

2. 4次元幾何の基本事項

本研究では3次元の空間の広がりや時間の流れを座標軸とする4次元Euclid空間を対象としている。4次元空間では、基本的な図形として点、線、面の他に胞（4次元空間中の3次元部分空間）が加わる。また、3次元の最も単純な多面体が4つの三角形の面を境界とする四面体であるのに対して、4次元では5つの四面体を境界とする五胞体が最も単純な多胞体となる。更に、4つの座標値に関して、 $0 \leq x, y, z, t \leq 1$ で与えられる4次元立方体は超立方体と呼ばれ、16の頂点、32の稜線、24の面および8の胞を持つ。また、4次元空間では2つの胞は平面で交わる。

3. 4次元形状モデリング手法の概要

図1に本研究で提案する4次元形状モデリング手法の概要を示す。本研究では、4次元空間の形状モデルとして四面体を境界要素とする4次元メッシュモデルを採用している。そして、動的に変化する3次元形状を3次元ボクセルの時系列データとして与え、4D-Marching Cubes法（Marching Cubes法[2]を4次元へ拡張したもの）をそれらに適用し4次元メッシュモデルを生成する。また、本報告では各軸に垂直な切断超平面を与えて3次元メッシュモデルの抽出を行う。

4. 4D-Marching Cubes 法

4D-Marching Cubes法では、隣接する16の4次元ボクセル（3次元ボクセルに時間の情報を付加したもの）を頂点とした超立方体を考える。本研究では、その超立方体内に生成される等値面の構成パターン（Triangulation Table）をBhaniramkaらの手法[3]により導出した。

Bhaniramkaらの提案するTriangulation Tableの導出アルゴ

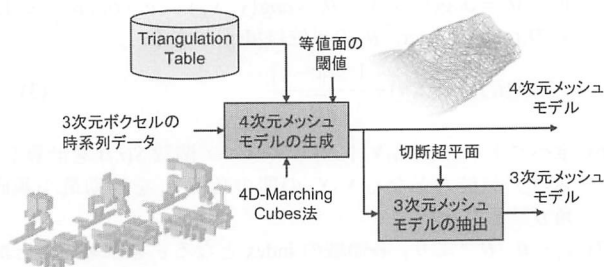


図1 4次元形状モデリング手法の概要

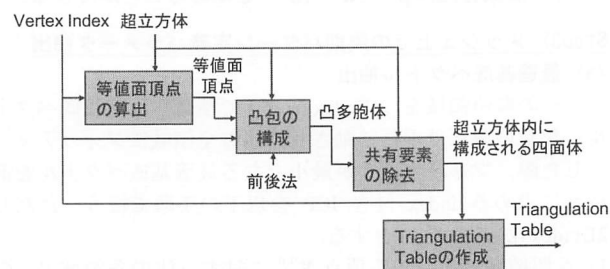


図2 Triangulation Table 導出アルゴリズム

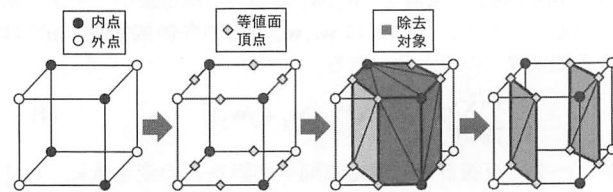


図3 Triangulation Table の導出過程（3次元）

リズムを図2に示す。また、図3にTriangulation Tableの導出過程を3次元で示す。まず、形状の内外情報を持つ16の頂点で構成される超立方体を考える。ここで、予め超立方体の各稜線にIDを付与しておく。各頂点の内外の状態は16ビットのインデックス（Vertex Index）として表される。そしてMarching Cubes法と同様に、Vertex Indexに基づいて超立方体の各稜線に対して等値面頂点の算出を行う。次に、算出した頂点と“内”の情報を持つ超立方体頂点から凸多胞体を四面体で構成する。本研究では前後法[4]を用いてこれらの頂点から凸多胞体を構成した。ただし、凸多胞体の構成要素に四面体以外の多面体が見られたとき、それを四面体に分割して四面体で構成された凸多胞体を得る。得られた凸多胞体から超立方体と共有している要素を除去し、超立方体内に構成される等値面の四面体が求められる。最後に、等値面の四面体ごとに等値面頂点が属する稜線のIDをTriangulation Tableに書き込む。これらの処理をすべてのVertex Index（ $0 \sim 2^{16}-1$ ）について行うことでTriangulation Tableが作成される。

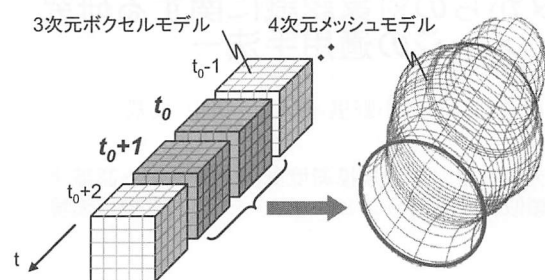


図4 4次元メッシュモデル（次元縮退）の逐次生成

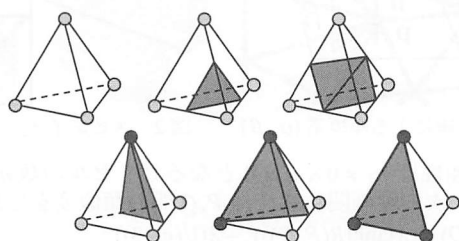


図5 四面体と超平面の交差面

5. 4次元メッシュモデルの逐次生成

図4に4次元メッシュモデルの逐次生成の概念図を示す。図4において $[t_0, t_0+1]$ の4次元メッシュを生成する場合、各3次元ボクセルの時間方向の勾配を求めるため $[t_0-1, t_0+2]$ の3次元ボクセルモデルの情報を使用する。本研究では3次元ボクセルの時系列データの中から計算に使用する4つの3次元ボクセルモデルを順次メモリ上に展開し、逐次的に4次元メッシュを生成する。これにより4次元メッシュモデル生成時に使用するメモリの削減と、時系列データの数によらない4次元メッシュモデルの逐次的な生成が可能となる。

6. 4次元メッシュからの3次元メッシュ抽出

4次元空間において、2つの3次元空間は平面で交差する。このことから、4次元メッシュモデルを構成する四面体と4次元切断超平面から平面が抽出される。例えば $x=x_0 (=const.)$ という超平面を与えたとき、ある四面体の各稜線に対して式(1)により交点の有無を判定する。

$$x_a \leq x_0 \leq x_b, \quad x_a < x_b \quad (1)$$

ここで、 x_a, x_b は稜線の端点の x 座標を表す。次に、式(1)を満たす稜線に対して x_0 における y, z, t 座標を算出する。四面体と超平面の交差面には図5に示すような6つのパターンが存在するため、算出した交点の位置関係からパターンに対応した交差面を三角形により構成する。これらの処理を4次元メッシュを構成するすべての四面体に対して行い、それぞれの三角形をつなぎ合わせることで3次元の三角形メッシュモデルが抽出される。

7. ボクセル時系列データからの4次元メッシュ生成

図6に示すような動作をする工作機械のボクセルモデルに対して本研究で提案する手法を適用した。3次元ボクセルモデルの分割数は x, y, z 軸それぞれに対して128、時系列データの数は64である。また、3次元ボクセルモデルの各セルは0か1の2値の情報を持つ。そのような3次元ボクセルの時系列データから、10,228,242の頂点、58,128,898の四面体を持つ4次元メッシュモデルが生成された。4次元メッシュモデルの生成に要した時間は173sec (CPU:AMD Opteron

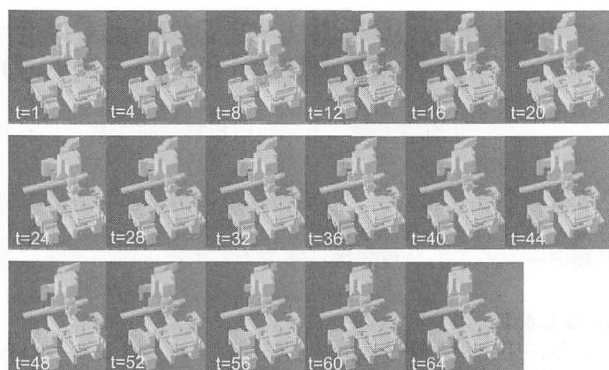


図6 3次元ボクセルの時系列データ

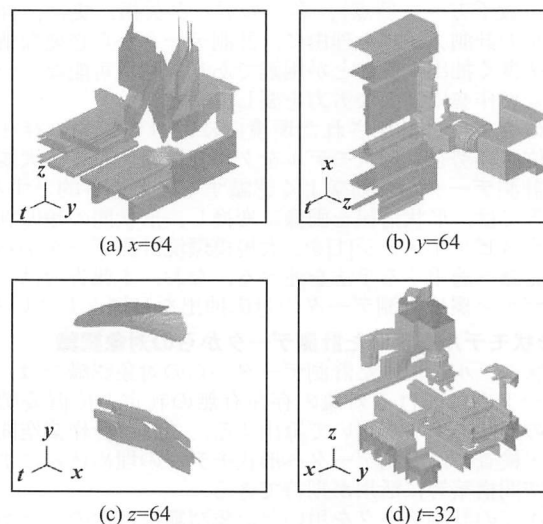


図7 各超平面により抽出した3次元メッシュモデル

2224SE 3.2GHz, RAM:64GB) である。また、生成された4次元メッシュモデルを x, y, z, t 軸それぞれに垂直な超平面で切断したときに抽出された3次元メッシュモデルを図7に示す。図7(a)(b)(c)はそれぞれ3次元空間における $x=64, y=64, z=64$ という面の時間変化を表しており、(d)は $t=32$ という時刻での状態を表している。

8. 結論

3次元ボクセルの時系列データから4次元メッシュモデルを逐次的に生成する手法を開発した。また、4次元メッシュモデルの構造理解の手段の一つとして3次元メッシュモデルの抽出を行い、本手法により4次元メッシュモデルが正しく生成されていることを確認した。

参考文献

- [1] 小野里雅彦他, サイバーフィールド構築のための形状モデリング手法に関する検討, 2007年度精密工学会秋季大会学術講演会講演論文集, E16, 2007.
- [2] William E. Lorensen and Harvey E. Cline, Marching cubes, Computer Graphics, 163-169, 1987.
- [3] Praveen Bhaniramka, Rephael Wenger and Roger Crawfis, Isosurfacing in higher dimensions, Proc. of the conference on Visualization '00, 267-273, 2000.
- [4] F.P. Preparata, M.I. Shamos, 計算幾何学入門, 総研出版, 154-158, 1992.