

空間埋込みを用いた四面体メッシュモデルの寸法駆動変形

北海道大学 大学院情報科学研究科 ○高野 由希, 伊達 宏昭, 小野里 雅彦

要旨

本研究では、四面体メッシュモデルの寸法駆動変形手法を提案する。本手法は座標関数によりモデルをある空間に埋込み、指示した目標寸法をモデルが満たすようにその空間を歪ませてモデルを変形する。また変形により生じるメッシュ品質低下を制約付き最適化により改善する手法も提案する。

1.はじめに

近年、メッシュモデル変形技術が CG, 工業製品意匠設計, CAE の分野などで広く使われている。メッシュモデルとは、三角形や四面体などの要素の集合によって物体形状を表すものである。メッシュモデル変形技術による恩恵の一つに、メッシング回数を減らすことで CAE プロセスを効率化できることが挙げられる。通常、解析結果を元に最適形状を求めるためには、ソリッドモデルで設計変更し、そのソリッドモデルをメッシングし、有限要素解析をすることを繰り返す。しかしメッシングは計算負荷が高く、不安定である。ここでメッシュモデルを直接望みの形状に変形できればメッシング回数を減らすことができ、CAE プロセスの効率化を実現できる。

そこで本研究では、四面体メッシュモデルの寸法を陽に指定して変形できる寸法駆動変形を実現する。本手法では、表面メッシュの変形に三角形メッシュの寸法駆動変形手法[1]を用い、内部メッシュは平均値座標を用いて表面メッシュに追従変形させる。またメッシュ変形により生じる四面体の裏返りを修正する手法を提案する。提案手法は、制約付き最適化問題を解くことで四面体の裏返りを直しかつ四面体品質が良くなる位置に頂点を移動することでメッシュの修正を実現する。

2.空間埋込みを用いたメッシュ変形

空間埋込みを用いたメッシュ変形とは、ハンドルで定義される空間にモデルを埋込み、ハンドル形状の変形により空間を変形することで間接的にモデルを変形する手法である(図1)。ハンドルとして規則格子, 多面体, 点群などが用いられる。

空間埋込みを用いた変形をするためにまず、式(1)のようにモデル頂点 \mathbf{x}_i をハンドルの頂点 \mathbf{v}_k の重み付き線形和で表すことができる座標関数 $b_i^k(\mathbf{x}_i)$ を求める。

$$\mathbf{x}_i = \sum_k b_i^k(\mathbf{x}_i) \mathbf{v}_k \quad (1)$$

次にハンドル形状を変形する。ハンドル形状変形後のハンドル頂点位置 \mathbf{v}'_k と座標関数 $b_i^k(\mathbf{x}_i)$ を用いてモデル頂点の位置を式(2)で求める。

$$\mathbf{x}'_i = \sum_k b_i^k(\mathbf{x}_i) \mathbf{v}'_k \quad (2)$$

ハンドル内部を滑らかに補間できる座標関数 $b_i^k(\mathbf{x}_i)$ には凸多面体にのみ適用可能な重心座標[2], 任意の三角形メッシュに適用できる平均値座標[3]などがある。

3.四面体メッシュモデルの寸法駆動変形

本研究で提案する四面体メッシュモデルの寸法駆動変形手法を図2に示す。

3.1 表面メッシュの寸法駆動変形

表面メッシュは重心座標を用いた三角形メッシュの寸法駆動変形手法[1]を用い、望みの形状に変形する。寸法駆動変形の手順を図3に示す。まず、システムは入力メッシュに対してハンドルを作成し、ユーザに領域等の提

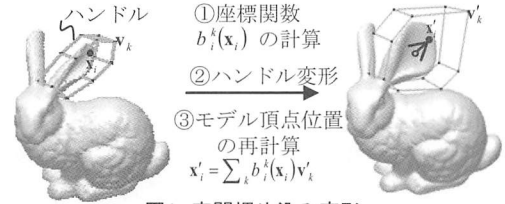


図1 空間埋込み変形

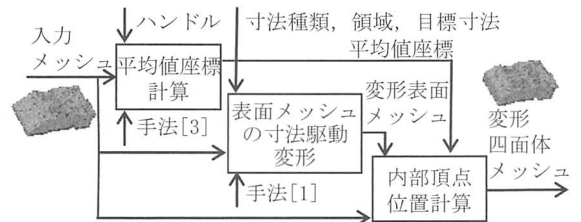


図2 四面体メッシュモデルの寸法駆動変形手法

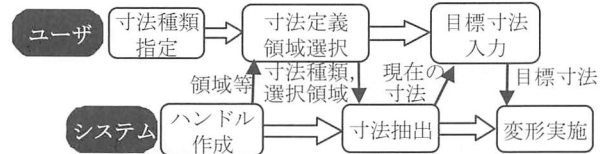


図3 表面メッシュの寸法駆動変形処理

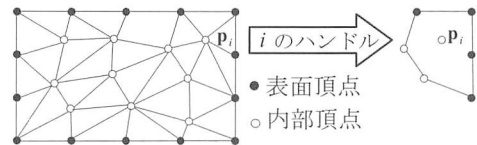


図4 内部頂点 i のハンドル

示をする。次に、ユーザは寸法の種類と寸法を定義している領域等を対話的に選択する。その後、システムはユーザ指定の寸法種類と領域から現在の寸法を提示し、最後にユーザの目標寸法に従って変形することで指定した目標寸法を満たす表面メッシュが得られる。対象とする寸法は二平面間距離, 円筒径, 平面上の物体位置である。

3.2 内部メッシュの追従変形

表面メッシュの変形後、内部メッシュを表面メッシュに追従変形する。内部頂点(形状内部の頂点)のハンドルは、手法[4]で用いている内部頂点の1近傍の頂点からなる閉じた三角形メッシュとする(図4)。このハンドルは、隣接頂点間の位置関係をなるべく保ったままメッシュを変形でき、頂点で保存すべき座標関数値の数(ハンドル頂点の数)が比較的少ないためメモリの消費を抑えることができるという特徴がある。このハンドルは任意三角形メッシュになるため、ハンドル内部を補間する座標関数として平均値座標を用いる。内部メッシュを追従変形させるために、表面メッシュの変形前に手法[3]を用いて、各内部頂点のハンドルに対する平均値座標を求め、その後表面メッシュの変形を行う。

変形後の内部頂点の位置は、平均値座標を用いた式(2)を、頂点位置が既知の表面頂点と未知の内部頂点に分けて展開した式(3)を内部頂点について解くことにより求める。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{p}_1 - \sum_{r \in V_r(1)} w_{1r} \mathbf{p}_r \\ \vdots \\ \mathbf{p}_n - \sum_{r \in V_r(n)} w_{nr} \mathbf{p}_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{s \in V_s(1)} w_{1s} \mathbf{p}_s \\ \vdots \\ \sum_{s \in V_s(n)} w_{ns} \mathbf{p}_s \end{pmatrix} \quad (3)$$

ただし $\mathbf{p}_i (i=1, \dots, n)$ は内部頂点 i の位置、 $V_{i(i)}$ は i に隣接する内部頂点集合、 $V_{s(i)}$ は i に隣接する表面頂点集合、 w_{ir} は頂点 i のハンドル頂点 r に対する平均値座標である。式(3)は疎な行列方程式であり、本研究では改定コレスキー分解を用いて式(3)を解いた。メッシュ変形の前処理として、改定コレスキー分解で得た下三角行列と対角行列を求めて保持しておけば、表面メッシュを変形した後は、前進代入と後退代入で高速に内部頂点位置を求めることができる。

4. 四面体の裏返り修正処理

四面体メッシュの寸法駆動変形により四面体が裏返る場合がある。このような四面体は、解析などのアプリケーションで用いる場合問題を起す。本研究では、裏返った四面体に属する内部頂点 i を、その頂点を含む全ての四面体が裏返らないことを保障する空間 S 内で、各四面体の品質評価値の合計が最大になる場所へ移動することで四面体の裏返りを直す。以降、頂点 i を含む四面体集合を T_i とする。

頂点 i から見た四面体 $t \in T_i$ の底面が載る平面を境界とする2つの半空間のうち、 t が裏返らない方を H_j とする。空間 S は H_j の積集合(図5)で定義され、式(4)で表される。

$$S = \{(x, y, z) | a_k x + b_k y + c_k z + d_k < 0, k \in B_i\} \quad (4)$$

ただし、 B_i は i から見た四面体 $t \in T_i$ の底面の集合、 a_k, b_k, c_k, d_k は底面 k が載る平面方程式の係数である。

四面体 t の品質評価値 $\eta(t)$ は式(5)で求められる mean ratio[5]を用いる。

$$\eta(t) = \frac{12(3V_t)^{\frac{2}{3}}}{\sum_{e \in E_t} l_e^2} \quad (5)$$

V_t は四面体 t の体積、 E_t は t に含まれる辺集合、 l_e は辺 e の長さである。

頂点 i を含む全四面体の品質評価値の合計が空間 S 内で最大になる頂点 i の位置を、式(6)の制約付き最適化問題を解くことで求める。

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{t \in T_i} \eta(t) \\ \text{subject to} \quad & a_k x + b_k y + c_k z + d_k < 0 (k \in B_i) \end{aligned} \quad (6)$$

本研究では式(6)を乗数法により解く。

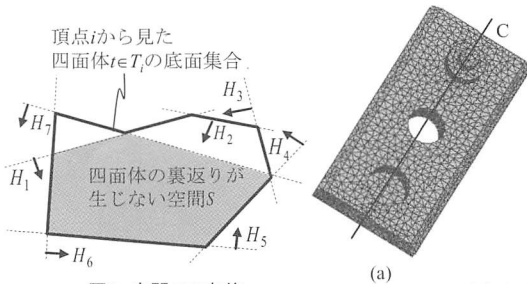


図5 空間のS定義

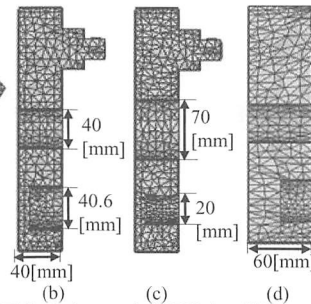


図6 四面体メッシュの寸法駆動変形結果

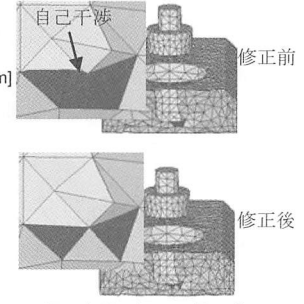


図7 裏返った四面体の修正

以上で述べた最適化手法を用いた四面体の裏返り修正のアルゴリズムは以下のとおりである。以降、裏返った四面体に含まれる内部頂点集合を P とする。

STEP1 P に属する頂点について式(6)の解(頂点の移動目標位置)を求める。

STEP2 現在の頂点位置と目標位置との距離が最短の内部頂点 j を目標位置へ移動する。

STEP3 P を更新し、更新された P に属する j の隣接頂点に対し、再度式(6)を解く。

STEP4 P が空でなければ STEP2 へ戻る。

5. 四面体メッシュモデルの寸法駆動変形結果

図6に入力の四面体メッシュ(四面体数:19151, 内部頂点数:2406, 表面頂点数:2196)と、入力メッシュの寸法駆動変形の結果(図6(a)のCで切った断面)を示す。図6(b)は元の四面体メッシュである。図6(c)は、貫通穴と止まり穴の半径を変更した結果である。図6(d)は、二平面間距離並びにボスの位置を移動した結果である。いずれの例題でも、表面メッシュの変形に伴って、内部頂点の位置が追従することが確認できた。図6の変形では、内部頂点の位置を計算するための前処理(平均値座標の計算と改定コレスキー分解)時間は12.6[s]であった(CPU: Pentium D 2.8GHz, RAM: 1GB)。また表面メッシュ変形後の内部頂点の位置計算の時間は0.25[s]であった。

図6(c)では、4つの四面体が裏返っていた。四面体の裏返り修正処理を行うことで、その4つの裏返った四面体は直った(図7)。しかし本研究の裏返り修正処理は必ずしも変形により生じる四面体の裏返りを直せるとは限らない(式(4)の空間 S が存在しない場合)。今後、手法の限界を調べる予定である。

6. まとめ

本研究では、表面メッシュの寸法駆動変形[1]に平均値座標を用いて内部メッシュの追従変形をすることで四面体メッシュの寸法駆動変形をする手法を提案した。また四面体メッシュの寸法駆動変形により生じる四面体の裏返りを、制約付き最適化を行うことで修正できることを確認した。

[参考文献]

- [1]伊達他, 重心座標を用いたメッシュ形状変形, 2008年精密工学会春季大会学術講演会講演論文集, 2008, A01
- [2]Warren, J., Barycentric Coordinates for Convex Polytopes, Advanced in computational Mathematics, 6(2), 1996, 97-108
- [3]Ju, T., Schaefer, S., Warren, J., Mean value coordinates for closed triangular meshes, ACM Transactions on Graphics, 24(3), 2005, 561-566
- [4]Masuda, H., Ogawa, K., Interactive Deformation of 3D Mesh Models, Computer-Aided Design and Applications, 5(1-4), 2008, 47-57
- [5]Liu, A., Joe, B., On the shape of tetrahedral bisection, Mathematics of Computation, 63(207), 1994, 141-154