

大規模二次割り当て問題の最適化

北見工業大学 ○佐藤裕太, 渡辺美知子

要旨

工場間の製品移動を最小にするように工場へ設備の割り当てを決定する問題は二次割り当て問題と呼ばれ、大規模になると分岐限定法(Blanch and Bound Method, BBM), 整数計画法(Integer Programming, IP), 遺伝的アルゴリズム(Genetic Algorithm, GA)等の従来の方法で解くのが困難である。本研究では、この大規模二次割り当て問題に局所クラスタリング組織化法(Local Clustering Organization, LCO)を用いて数値実験を行い、その有効性を確認する。

1. はじめに

本研究は、二次割り当て問題(Quadratic Assignment Problem, QAP)の高精度かつ高速な近似解法を提案し、大規模問題に適用することを目的とする。二次割り当て問題は、組合せ最適化問題の一つであり、LSIの回路配置や配送計画などの工学分野に広く応用される問題である。

これまで二次割り当て問題に対しては、分岐限定法や遺伝的アルゴリズムなどが用いられてきた。しかし、大規模二次割り当て問題は、組合せ数が膨大になるために計算量が爆発的に増大し、従来の解法で近似解を得るのは非常に困難である。

本研究では、一般的な組合せ最適化問題を広く解くために開発された局所クラスタリング組織化法¹⁾を最適解が分かっている二次割り当て問題に適用し、数値計算実験からその有効性を検証する。また、大規模二次割り当て問題への適用結果も報告する。

2. 大規模二次割り当て問題

二次割り当て問題を工場設備問題の例として説明する。今、5つの可能な場所 P_1, P_2, \dots, P_5 があり、それらに5つの生産設備 F_1, F_2, \dots, F_5 が割り当てられなければならないとする。更に、場所間の単位当たりの輸送費、設備間における移動量の予測がそれぞれ二次元配列によって示される。ここで、設備1と2の間の総移動量は、設備1から2への移動量と2から1への移動量の和であり、他の設備間の移動量についても同様に決定される。従って、全体としての費用は、式(1)で示される。

$$C = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n f_{ij} d_{p(i), p(j)} \quad (1)$$

ここで、 f_{ij} は設備間の移動量、 $d_{p(i), p(j)}$ は設備 i が割り当てられる場所と、設備 j が割り当てられている場所間の輸送費である。費用行列の要素は、場所間の距離と設備間の予測移動量の積で表現される。この費用行列の C が最小になるような割り当てを決める組合せ最適化問題を二次割り当て問題という。

3. 従来の解法

従来の解法としては、分岐限定法や遺伝的アルゴリズムによる解法がある。

3.1 分岐限定法

分岐限定法は、問題を部分問題に分け、それぞれの問題の最適解を得ていく手法である。しかし、大規模問題になると部分問題の分岐数が飛躍的に増大し、計算時間

が膨大になり計算が不可能になる場合が多い。

3.2 遺伝的アルゴリズム

遺伝的アルゴリズムは、生物の進化の過程を模倣した手法であり、組合せ問題や二次割り当て問題においても有効な手段とされている。しかし、問題が大規模となった場合は、解を求めるための計算量が膨大となり、近似解を得るまでに非常に多くの計算時間を要するなどの欠点をもっている。

4. 局所クラスタリング組織化法

局所クラスタリング組織化法とは、リカッチ学習方程式に基づく学習演算を行う手法である。また、局所クラスタリング組織化法は、局所的な部分の解を学習原理に基づいたクラスタリングで改善しつつ、全体として解を改善するものである。n個の場所、設備が用意されている二次割り当て問題の局所的クラスタリング組織化法のアルゴリズムを以下に示す。

- (1) n個の場所に対して、それぞれ設備を割り当てた集合を一次元配列とする。
- (2) クラスタリングの基準となる箇所をランダムに決定する。
- (3) 基準からその近傍までのクラスタリングにより最適化を行う。
- (4) 必要であれば、近傍範囲を変えて(2)へ戻る、但し、(3)の操作で解が改善されない場合は、それが一定回数続いた場合、それを近似解として終了する。

以下に、今回使用した3種類のクラスタリングの手法について述べる。

4.1 単純交換法(Simple Exchange Method, SEM)

単純交換法のアルゴリズムは、交換の中心 c と交換の範囲 r をランダムに決定し、交換する片方を c と固定する。もう片方は c に近い順に交換していく。但し、交換する毎に、交換前と交換後で評価値が改善されていれば交換を成立させる。そうでない場合は、交換を元に戻し、交換が r に達するまで同じ手順を繰り返し、局所的な範囲の評価値の向上を図る。

4.2 逆位交換法(Inverse Exchange Method, IEM)

逆位交換法のアルゴリズムは、単純交換法と同様に交換の中心 c と交換の範囲 r をランダムに決定する。その後の手順は、 c を中心に $c-1$ と $c+1$, $c-2$ と $c+2$ を交換する手法であり、 c に近いものから順番に交換し、局所的な範囲の評価値の向上を図る。

4.3 平滑法(Smoothing Method, SM)

平滑法のアルゴリズムは、単純交換法と逆位交換法と

同様に、交換の中心 c と交換の範囲 r をランダムに決定する。平滑法は、 $c-r$ から $c+r$ までを総当りで交換し、局所的な範囲の評価値の向上を図る。

5. 数値計算実験

数値計算実験は、予め最適解が分かっている二次割り当て問題に対して、同じ実験条件の下に局所クラスタリング組織化法を導入した結果を図1に示す。問題は、QAPLIB²⁾ から要素数 256 の tai256c を用いた。

【実験条件 1】

- ・要素数：256
- ・LCO 回数：200 回
- ・設備間の移動量：0 と 1 の正方行列
輸送費：1,000~100,000 の正方行列
- ・単純交換法：2, 逆位交換法：2, 平滑法：1 の比率で適用する。

図1の縦軸は数値実験を10回行ったときの平均費用、横軸は局所クラスタリング組織化法の回数を示している。局所クラスタリング組織化法は、25回で最適解に近づき、50回では最適解にほぼ収束していることがわかる。従って、局所クラスタリング組織化法が有効な手法であることが確認できた。

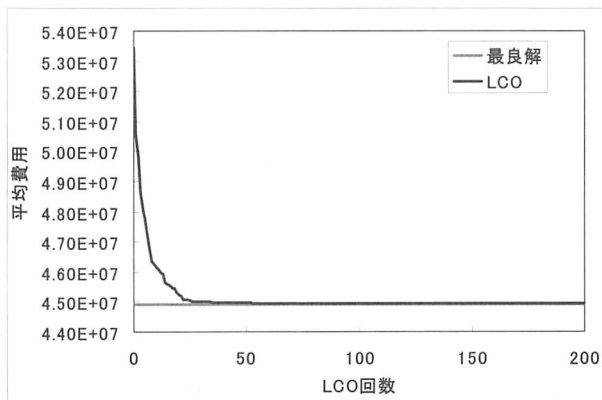


図1. tai256c 問題に LCO 適用時の収束状況

表1. tai256c 問題の最良解と LCO 適用時の比較

実験回数	既知最良解	費用	相対誤差 (%)	計算時間 (s)
1	44919020	44919938	0.00204	322.3
2	44919020	44933674	0.03	430.4
3	44919020	44967002	0.11	500.1
4	44919020	44927716	0.02	409.2
5	44919020	44949456	0.07	426.8
6	44919020	45004614	0.19	411.7
7	44919020	44926112	0.02	515.5
8	44919020	45020648	0.23	498.5
9	44919020	44923180	0.01	388.3
10	44919020	45006948	0.20	338.1
平均	44919020	44957929	0.087	424.1

表1は、図1の tai256c 問題に LCO 適用時の収束状況グラフを実験回数毎に詳細に示したものである。表1の結果から、全ての実験において tai256c の最適解

との誤差が非常に少なく、短時間で解が得られた。

【実験条件 2】

- ・要素数：500, 1,000
- ・LCO 回数：200 回
- ・設備間の移動量と輸送費:1~9 の数値による正方行列
- ・単純交換法：2, 逆位交換法：2, 平滑法：1 の比率で適用する。

図2と図3は、要素数 500 と 1000 の大規模二次割り当て問題に局所クラスタリング組織化法を適用したときの収束状況を示す。ここで、図2は実験10回の費用の平均値、図3は実験2回の費用の平均値である。

これらの実験から、大規模二次割り当て問題に局所クラスタリング組織化法が有効であることがわかる。

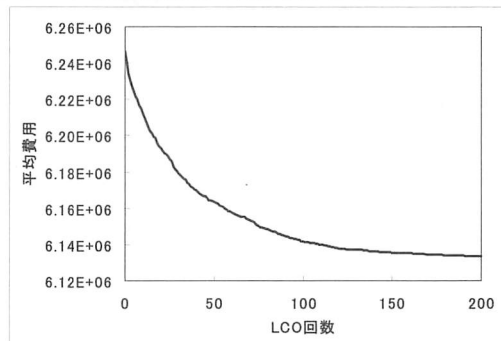


図2. 要素数 500 における LCO 適用時の収束状況

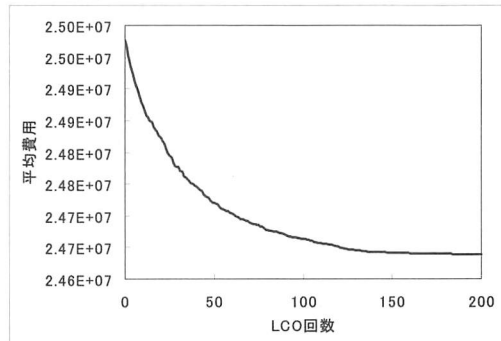


図3. 要素数 1000 における LCO 適用時の収束状況

表2. 実験2の平均費用と計算時間

要素数	平均費用	計算時間(s)
500	6133502	73.25
1000	24638453	1390.23

6. おわりに

本研究では、大規模二次割り当て問題の解法として、局所クラスタリング組織化法を用いて数値計算実験を行い、その有効性を検証した。その結果局所クラスタリング組織化法は、大規模二次割り当て問題において高精度な解を短時間で得られることを確認した。

参考文献

- 1)古川正志, 渡辺美知子, 松村有祐, 局所クラスタリング組織化法による TSP の解法, 日本機械学会論文集, 711 巻 711 号 C 編, pp83-89(2005)
- 2) R. E. Burkard, S. E. Karisch, F. Rendl, QAPLIB- A quadratic assignment problem library, <http://www.seas.upenn.edu/qaplib/>