

## 要旨

2次割り当て問題(QAP)は, 巡回セールスマン問題(TSP)と同じく順列の並びで解が表現される, NP-困難な問題の一つである. 本研究では, TSPにおいて高速かつ高精度な解法である局所クラスタリング組織化法(LCO)を用いて, 大規模な倉庫の商品配置を想定した2次割り当て問題に適用し, その有効性を数値計算実験により検証を行う.

## 1. はじめに

大規模な倉庫の商品配置を想定した問題を解くために, 施設配置問題やVLSI回路設計など柔軟なモデル化が可能である2次割り当て問題(Quadratic Assignment Problem: QAP)が採用できる.

QAPは組み合わせ最適化問題の一つであり, 巡回セールスマン問題(Traveling Salesman Problem: TSP)の問題表現を含むNP-困難な問題で, 分岐限定法(Branch and Bound Method: BBM)や整数計画法(Integer Programming: IP), 遺伝的アルゴリズム(Genetic Algorithm: GA), が解法としてよく用いられてきた. しかし, QAPは問題サイズが大規模になると計算量が爆発的に増加するため, 間接列挙法などの手法は現実問題として解く事が不可能であることが知られている.

本研究では, TSPで既に有効性が示されている局所クラスタリング化法(Local Clustering Organization: LCO)をQAPに適用し, 大規模なサイズの問題を有効に解くことを目的とし比較検証する.

## 2. 2次割り当て問題(QAP)

## 2.1 定義

サイズ $n$ のQAPを施設配置問題の例として定義する. これは,  $n$ 個の地域に $n$ 個の施設を割り当てる問題である. 本研究の倉庫の商品配置においては, この問題はある倉庫の $n$ 個の棚に $n$ 個の商品を配置する問題に置き換える事が出来る. ここで, 各施設配置候補地域の距離を $n \times n$ 行列と定義し, それぞれの施設間の物の流れ, 物流量をフロー行列と定義する. これも, 商品配置では各棚の距離と, 商品の関連性, 同一商品の在庫数等と置き換えることができる.

本問題の全体のコスト $F(p)$ は次の式で表される.

$$F(p) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n f_{ij} d_{p(i)p(j)} \quad (1)$$

ここで,  $f_{ij}$ は $i$ 番目の地域から $j$ 番目の地域までの距離,  $d_{p(i)p(j)}$ は $p(i)$ 番目の施設から $p(j)$ 番目の施設への物流量, とする.  $p$ は地域に順に割り当てられた施設の並びとし,

$$p = (p(1), p(2), \dots, p(i), \dots, p(n)) \quad (2)$$

と表現する.  $p(i)$ は順列 $p$ の要素を表し,  $n$ は問題のサイズである.

## 2.2 従来解法

QAPの従来解法には, BBMや整数計画法などの間接列挙法, 近似解法ではSimulated Annealing(SA)やGAといった進化計算法が用いられてきた. しかし, QAPに限らず一般化割り当て問題において問題規模が大規模になると計算時間が膨大になる. 特にBBMのように問題を部分に分け個々の部分を最適化していく手法は, 部分問題の分岐数が増大していく, 現実問題として解くことができない. このため, 大規模

問題の解法手段としては, 任意の解空間の値を確率的に交換するGAなどの確率的手法が用いられるが, 間接列挙法同様に解を求めるための計算時間が膨大になり, 近似解を得るまで多くの時間を費やすことが問題である. よって, 計算の高速化, 高精度化が求められる.

## 3. 局所クラスタリング化法

## 3.1 LCO アルゴリズム

LCO<sup>1)</sup>はクラスタリングにより局所的に解を改善するリカッチ型学習方程式に基づく学習則であり, 計算量が少なく, 高速に近似解を求めることが出来る. 以下に $N$ 都市のTSPにおける基本的なアルゴリズムを示す.

- (1)  $N$ 都市をランダムに一周する経路を生成
- (2) ランダムに都市 $c$ を選択し, 近傍範囲 $r$ を設定
- (3) 都市 $c$ の両近傍 $c-r, c+r$ の範囲をクラスタリングにより最適化する
- (4) 終了条件を満たせば終了, それ以外は(2)に戻る

TSPにおけるクラスタリング手法は交換法(Simple Exchange Methods: SEM), 逆位交換法(Inverse Exchange Methods: IEM), 平滑法(Smoothing Methods: SM)を用いている. また, 各クラスタリング手法はランダムに選択され, 選択割合はSEM, IEM, SMの順に0.4, 0.4, 0.2が最良とされている<sup>2)</sup>.

## 3.2 QAPへの適用

LCOの解表現は1次元配列のアドレスを地域番号とし, 配列のデータに施設番号を代入し, 評価関数(2)でコストを最小化する. ここでQAPの解表現は順列で表現されるが, LCOの計算においては円環順列で計算する.

## 4. 数値計算実験

QAPに対するLCOの有効性を検証するため比較実験を行った. LCOとの比較にはSimulated Evolution(SimE)と比較した. SimEはSA, Greedy randomized adaptive search procedure(GRASP), GAと比較し高い精度を示し, また高速な処理速度を持つことが知られている.

以下に実験の概要を示す.

## 4.1 問題設定

実験対象は地域と施設の数500( $n=500$ )の対称QAP, QAPLIB<sup>3)</sup>のベンチマーク問題lipa90aを対象とする.  $n=500$ のコストはランダムに設定され, lipa90aは非対称QAPで最良解は360630である.

## 4.2 LCOのクラスタリング選択割合

QAPを解くために用いたクラスタリング手法はTSPと同様, SEM, IEM, SMを用い, 各手法の近傍の取り方による収束と精度を検証し, 各手法の選択割合を決める. 実験には $n=500$ のQAPを用い, 近傍半径10%固定, 1試行10分で行い10試行した平均の結果である.

図1は, SEM, IEM, SMそれぞれ単体で使用した結果と, 等確率の選択割合でランダムに選択した結果である"avg". QAPに対し最も良かった選択割合である"best".

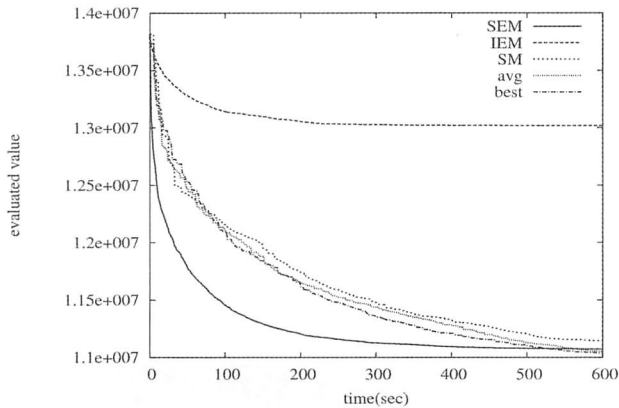


Fig. 1. n=500, Comparison of clustering methods

この結果から、QAP に対し SM, SEM が有効であることが分かる。しかし、SEM, IEM, SM を等しく選択した結果が、より解の精度が高いことから、効果が見られなかった IEM を含め、ランダムにクラスタリング手法を用いると効果が上がる。以上の結果から、クラスタリング手法の最良の選択割合(best)は、SEM, IEM, SM の順に 0.5, 0.2, 0.3 となった。

#### 4.3 LCO の設定

LCO の近傍半径は地域に割当てる施設数の 10% と固定する。クラスタリング手法は 1 ステップ毎にランダムで選択する。各クラスタリング手法の選択割合は 4.2 節から得た結果から SEM, IEM, SM の順に 0.5, 0.2, 0.3 とする。

#### 4.4 SimE のアルゴリズム

SimE は組合せ最適化問題を解くために提案された確率的発見手法である。SimE は、一つの解のどの部分要素を選択し変更するかは確率的な規則に従い、適合する位置にある部分要素は変更される確率が低くなり、適合しない位置の部分要素はより適合する位置へ移動を行うことで、最終的に全ての要素がもっとも適合する位置に存在する可能性が高くなる。この特長により SA の山登りの特性を備えおり、局所脱出性を持つ。以下に SimE の基本アルゴリズムを示す。

- 1) 基準値  $O_i$ , 初期解の生成
- 2) 現在の評価値  $C_i$  を計算し、選択要素  $P_s$  を選択
- 3) 選択要素  $P_s$  のソート
- 4) 選択要素  $P_s$  から評価が高い順に割り当て手法により最適化し、解の更新
- 5) 終了条件を満たせば終了、それ以外は (2) に戻る

基準値  $O_i$  は位置  $i$  での最適評価値の基準値、評価値  $C_i$  は現在の位置  $i$  での要素の評価値、選択要素  $P_s$  は  $O_i/C_i$  から確率的に選択する要素集合である。

##### 4.4.1 SimE の設定

SimE に用いた割り当て手法は QAP において高速に計算が可能である良き最大個体ソート割り当て手法を用いた。また、交換試行回数を減らすために、選択集合の上位 10 個に対し交換を行った。これは SimE において選択集団サイズが増減しても、解の質に影響を及ぼさないためである<sup>2)</sup>。

#### 4.5 比較実験

4.1 節で設定した、n=500 の対称 QAP, lipa90a の非対称 QAP を用いた比較実験を行う。1 試行は 1 時間行い、10 試行した平均の解の結果として用いる。

実験では、二つの問題に LCO と SimE を適用し、解の精度と解の収束性に関して検証する。

#### 4.6 結果・考察

近似解のコスト比較を表 1~2, 計算時間の比較を図 2 に

示す。LCO は lipa90a のコストが SimE と比べ 3% ほど減少し、n=500 では最良解を比較対象とし、11% ほど解の精度が良くなっている。LCO, SimE 共に大域的な局所探索手法を用いた高速なアルゴリズムであるが、結果から LCO はより大規模な問題サイズに適応できると考えられる。また処理速度も SimE と比べ高速であり、LCO の時間に対する改善解が大きいことがわかった。

#### 5. おわりに

数値実験により得られた結果を記す。

- 1) LCO は QAP に対して有効な手法であることが示された
- 2) LCO は時間に対する改善解が大きく、大規模な問題に適用できる

本研究で LCO に適用したクラスタリング手法は TSP において最良であると考えられる手法であり、QAP に最良である手法への改善、また、大規模な問題では膨大な計算量が必要であり、メモリ使用効率の改善、評価関数の見直しによる計算量の減少が必要である。今後、これらの改善と商品配置問題など実環境に即した問題設定に適用し、他のアルゴリズムとの比較検証を行う。

Table. 1. lipa90a (n=90), Comparison of the evaluated value

	Best	Average	gap
LCO	363283	369356	0.73%
SimE	374565	385247	3.72%

Table. 2. n=500, Comparison of the evaluated value

	Best	Average	gap
LCO	11082008	11118617	0.33%
SimE	12467526	12587766	11.96%

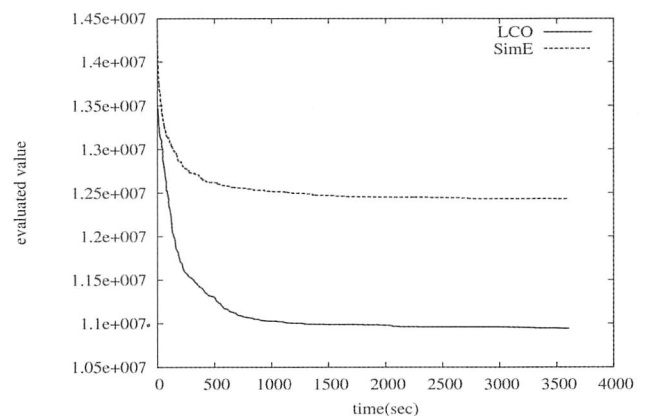


Fig. 2. n=500, Comparison of the computational time

#### 参考文献

- 1) 古川正志, 渡辺美知子, 松村有祐. 局所クラスタリング組織化法による TSP の解法. 機論 C 編. 71(711). 2005. 3189-3195
- 2) Sadig M Sait, Habib Youssef. Iterative Computer Algorithms with Applications in Engineering: Solving Combinatorial Optimization Problem. Wiley-IEEE Computer Society Pr. 253-297. 2000
- 3) R. E. BURKARD. QAPLIB. <http://www.opt.math.tu-graz.ac.at/qaplib/inst.html>. (9 august. 2009)