

メッシュパラメタライゼーションを用いた 金型データと実成型品測定データの対応付け

北海道大学大学院情報科学研究科 ○鈴木 邦祐, 金井 理, 伊達 宏昭

要旨

スプリングバックをもつ実成型品を測定したメッシュは、基準形状メッシュと位相や境界形状も異なるため、成型誤差補正のための金型見込形状生成が行えない。そこで本研究は、異なる位相を持ち変形関係にあるメッシュ間の対応関係を、メッシュパラメタライゼーションに基づき見つけ出すアルゴリズムを提案する。

1. はじめに

近年、自動車部品への高張力鋼板の普及にともない、プレス成型時のスプリングバック（以下 SB）も著しく増加し、その抑制が課題となっている。SB 抑制の実用的手法として、予め SB 後の成型品形状を CAE で推定し、金型表面をその反対方向にオフセットした「見込金型」で成型する手法が用いられている。しかし従来の見込み金型形状導出手法（見込み形状生成手法）[1]は、演算アルゴリズムが単純すぎ、高張力鋼板の成型のように SB 量が多い場合、成型誤差を十分に抑え込める見込形状を生成できないという問題点があった。

そこで本研究では、比較的単純な幾何演算で、かつ従来の手法に比べ成型誤差を減少できる SB 見込形状生成手法を提案し、前報[2]で報告した。しかし SB 後の成型品形状が、トライアウトの実成型品パネルの計測から与えられる場合、その計測メッシュは基準形状メッシュと位相や頂点配置、境界形状が異なるため、前報の見込形状生成手法がそのまま適用できない。そこで本報では、異なる位相と境界形状を持ち、互に変形関係にある2つの三角形メッシュ間の対応点を探索するアルゴリズムを、メッシュパラメタライゼーションを利用して開発した。

2. 変形関係にあるメッシュ間の対応関係構築方法

前報[3]では、成型品基準形状メッシュと SB 後の成型品形状メッシュをパラメタライゼーションし、対応点が同一パラメータ値をもつことから、対応関係を探索していた。しかしパラメタライゼーション手法[4]は、粗密が一定ではないメッシュに対してや曲率が大きい場合、歪や裏返りが起き正しく平面展開できない。そこで本研究では、角度ベースで複雑なメッシュを確実に平面展開する手法である Linear Angle Based Parameterization (LABP) [5]を用いた。この手法の概要を図1で示し、以下で詳細を説明する。

Step.1) 平面メッシュの角度の初期推定値

LABP 手法において誤差を減少するために、初期推定の選択は全体の誤差に直接影響するので非常に重要である。本研究では文献[5]に従い、以下の式(1)で与えられる初期推定角 α_i を用いた。

$$\alpha_i = \begin{cases} \alpha_i^0 & (\text{内部頂点}) \\ \frac{2\pi}{\sum_{i=1}^d \alpha_i^0} & (\text{境界頂点}) \end{cases} \quad (1)$$

ここで d は頂点次数であり、 α_i^0 は 3 次元メッシュ上の角である。パラメタライゼーション問題の解の理想角度を α_i^* とし、その推定値を α_i とすると $\alpha_i^* = \alpha_i + e_\alpha$ である。

Step.2) 制約条件と線形化

パラメタライゼーションにおける幾何的制約を反映したメッシュ三角形頂点の角に対する制約式(1)(2)(4)をたてる。

①頂点制約

中心角が $\alpha_1^*, \dots, \alpha_d^*$ で、内部にある各頂点 v に対し、式(2)が成

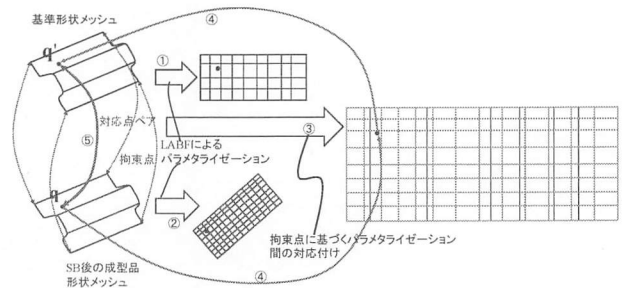


図1 提案する対応関係構築手法の概要

り立つ。

$$\sum_{i=1}^d e_i = 2\pi - \sum_{i=1}^d \alpha_i \quad (2)$$

②三角形制約

理想角が $\alpha^*, \beta^*, \gamma^*$ 推定角が α, β, γ である各三角形について、式(3)が成り立つ。

$$e_\alpha + e_\beta + e_\gamma = \pi - (\alpha + \beta + \gamma) \quad (3)$$

③ホイール制約

三角形の左角が β_1, \dots, β_d 、右角が $\gamma_1, \dots, \gamma_d$ とすると、内部にある各頂点 v で正弦定理を満たし、閉じたメッシュであることを保証する条件に対し、両辺の対数をとることにより式(4)が成り立つ。

$$\sum_{i=1}^d \log(\sin \beta_i + e_{\beta_i}) - \log(\sin \gamma_i + e_{\gamma_i}) = 0 \quad (4)$$

式(4)の非線形表現は、 $\log(\sin(\alpha + e)) \cong \log(\sin(\alpha)) + \cot(\alpha)e$ のテイラー展開を用いることにより、式(5)の線形条件式に置きかえられる。

$$\sum_{i=1}^d \cot(\beta_i)e_{\beta_i} - \cot(\gamma_i)e_{\gamma_i} = \sum_{i=1}^d \log(\sin \gamma_i) - \log(\sin \beta_i) \quad (5)$$

右辺の項は、最初の推定角により導出されたホイール制約条件の誤差を表す。同様に、式(2)(3)の右辺はそれぞれ三角形条件と角の不足を表す。この手法で、全ての角の初期値 α_i が与えられれば、誤差推定 e_α を、制約式が示す連立1次方程式の解として導出できる。

Step.3) 正規方程式の設定

これらの等式制約を満たしながら、重みづけされた誤差目的関数の最小化を行う。この目的関数は式(6)の様に表される。

$$F(\alpha_i) = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\alpha_i^2} (\alpha_i^* - \alpha_i)^2 \quad (6)$$

ここで N はメッシュの全頂点数である。従って、誤差最小化問題は、

$$\min_{\alpha_i} \sum_{i=1}^N \frac{1}{\alpha_i^2} e_i^2 \quad \text{subject to} \quad \mathbf{Ae} = \mathbf{b} \quad (7)$$

と表される。ここで \mathbf{A} は $(n_i + 2 \cdot n_i) \times (3 \cdot n_i)$, \mathbf{e} は $(3 \cdot n_i) \times 1$, \mathbf{b} は $(n_i + 2 \cdot n_i) \times 1$ 行列である(ここで n_i はメッシュの三角形の数, n_i はメッシュの内部頂点数である)。式(7)において $r_i = e_i / \alpha_i$ の変換は, $\mathbf{e} = \mathbf{D}_\alpha \mathbf{r}$ と書ける。ここで $\mathbf{D}_\alpha = \text{diag}(\alpha_i)$ は角の対角行列である。このようにおくと, 角パラメタライゼーション問題は, 式(8)のように単純化される。

$$\min \|\mathbf{r}\|^2 \quad \text{subject to} \quad \mathbf{Cr} = \mathbf{b} \quad (8)$$

これは最小ノルム問題である。等式制約は独立であるから, 行列 \mathbf{C} は最大階級を持っているので, 式(8)の制約等式条件の最小ノルム解 \mathbf{r} は式(9)より求められる。

$$\mathbf{r} = \mathbf{C}^T (\mathbf{C}\mathbf{C}^T)^{-1} \mathbf{b} \quad (9)$$

従って推定誤差は $\mathbf{e} = \mathbf{D}_\alpha \mathbf{C}^T (\mathbf{C}\mathbf{C}^T)^{-1} \mathbf{b}$ と表せるので, \mathbf{e} の成分より角の解は $\alpha^* = \alpha + e_\alpha$ として求めることができる。

Step.4) 2次元座標(u,v)の導出

2次元における頂点座標が (P_j, P_k, P_l) を持ち, 対応する頂角が $(\alpha_1^*, \alpha_2^*, \alpha_3^*)$ の三角形 t を考えると, 式(10)が成り立つ。

$$\forall t = (j, k, l) \in T, \quad \mathbf{M}'(P_j - P_k) + P_l - P_j = \mathbf{0} \quad (10)$$

$$\mathbf{M}' = \frac{\sin(\alpha_2^*)}{\sin(\alpha_1^*)} \begin{pmatrix} \cos(\alpha_1^*) & \sin(\alpha_1^*) \\ -\sin(\alpha_1^*) & \cos(\alpha_1^*) \end{pmatrix}$$

任意の三角形の1辺の両端頂点に2次元座標を与えれば, 式(10)を順次適用することで, 角から全頂点パラメータの(u,v)座標を得ることができる。

3. 拘束点に基づくパラメタライゼーション間の対応付け

パラメタライゼーションの対応付けの概要を図2に示す。まず, それぞれ独立に行われた2つのメッシュパラメタライゼーションに対し, 拘束点の2組を使ってアフィン変換を行い, パラメタライゼーション間のラフな位置合わせをする。次に, 内部点が追従しながら拘束点が一致するように凸多角形に対する重心座標[6]を用いたパラメタライゼーションの変形を行う。概要を図3に示す。パラメタライゼーション頂点座標を成分に持つベクトルを $P = [p_1, \dots, p_N]^T$, ハンドルの頂点位置ベクトルを成分に持つベクトルを $Q = [q_1, \dots, q_m]^T$ とすると, p_i はハンドル頂点群の重み付き線形和で表現できるので $P = BQ$ が成り立つ。ここで(ハンドル頂点数)=(拘束点数)とし拘束点群のみを成分に持つベクトルを $\bar{P} = [\bar{p}_1, \dots, \bar{p}_m]^T$, B の部分行列を \bar{B} とすると $\bar{P} = \bar{B}Q$ が成り立ち, $Q = \bar{B}^{-1}\bar{P}$ で求められる。従って, 他のパラメタライゼーション頂点の位置は $P = BQ$ で求められる。

4. 実行結果

以上のアルゴリズムを実装し, ベジエ曲面2枚の対応付けモデルで前報との比較を行った結果を図4~6に示す。前報では図5(a)のようにベジエ曲面の曲率が最も大きくなる部分において裏返りが起き, また拘束点として指定した4端点も完全には一致していない。一方, 提案手法では図5(b)のようにパラメタライゼーションに裏返りは起きず, 拘束点として指定した4点も一致している。また図6に示す通り, 対応点の探索結果は, 提案手法の方がより良いペアを構築していることが目視で確認できる。

5. おわりに

変形関係にあり位相も異なる2メッシュ間の頂点对応関係の再構築アルゴリズムを提案し, 妥当な頂点間対応付けが行えることを確認した。今後は, 自動車部品の実成型品での検証を行

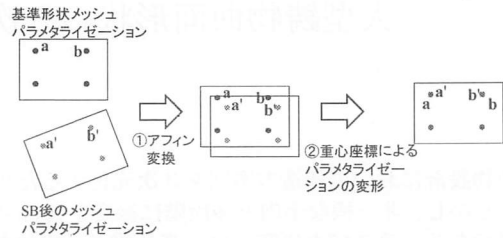


図2 パラメタライゼーションの対応付けの概要

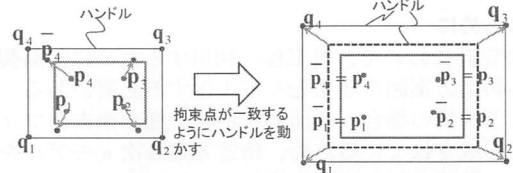


図3 パラメタライゼーションの変形の概要

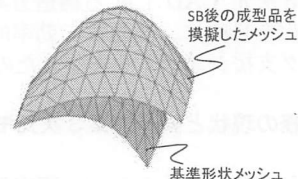


図4 検証に用いたモデル

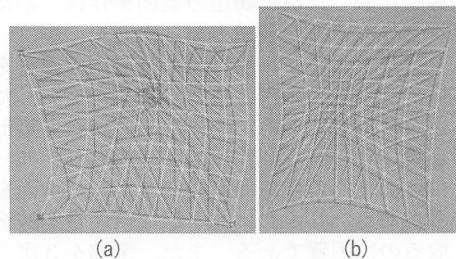


図5 前報手法(a)と提案手法でパラメタライゼーションした図(b)

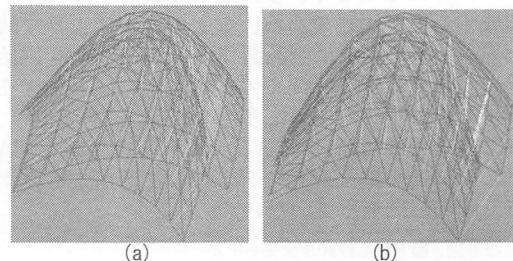


図6 前報手法(a)と提案手法で頂点間の対応関係を探した図(b)

う予定である。

参考文献

[1] R. Linbeck, J. Huetink et al: The development of a finite elements based springback compensation tool for sheet metal products, *Journal of Materials Processing Technology*, 169, pp.115-125 (2005).
 [2] 鈴木, 他: 幾何演算に基づくプレス成型金型のスプリングバック見込形状の近似的生成, 精密工学会北海道支部学術講演会講演論文集, pp59-60, (2009).
 [3] 鈴木他: 幾何演算に基づくプレス成型金型のスプリングバック見込形状の近似的生成~実成型品測定メッシュと基準形状メッシュの対応関係の構築~, 精密工学会春季大会学術講演会論文集, pp.95-96(2010).
 [4] Maillot, J., Yahia, H., and Verroust, A., "Interactive texture mapping", in In SIGGRAPH, 93: Proceedings of the 20th annual conference on Computer graphics and interactive techniques (1993), pp. 27-34, ACM Press (1993)
 [5] Zayer et al., "Linear Angle Based Parameterization", Eurographics Symposium on Geometry Processing, pp.311-330(2007).
 [6] Joe Warren et al., "Barycentric Coordinates for Convex Sets", *Advances in Computational Mathematics*, 27, pp.319-338(2007)