

## 抗力による蝶モデルの羽ばたき飛行解析

北海道大学 大学院情報科学研究科 ○大江 亮介, 鈴木 育男, 山本 雅人, 古川 正志

## 要 旨

現実感の高い蝶の飛行動作を表現するため、流体から受ける力を考慮した蝶の数理モデルを提案する。飛行の解析を容易にするため、蝶の羽・胴体が空気から受ける力、及び数理モデルで用いる方程式は単純化して与える。これらを使用して、3つの羽の形状における羽ばたきと飛行の関係を調べ、また理論的に可能な最大前進速度を方程式から導き出す。最後に数値計算を行い、蝶特有の飛行が表現可能であることを実験的に示す。

## 1. はじめに

3D 対応受像装置の発展に伴い、コンピュータグラフィックス (CG) による 3D 映像の需要が増加している。CAD ソフトなどでモデル化された生物・構造物の動作生成は、未だに手動による方法が一般的である。これに対し、物理的な法則に従って自動的に動作生成を行う手法は、動作生成のコストを低減させるのみならず、ゲームなどのインタラクティブな 3D コンテンツへの応用も期待できる。

本稿では、蝶を対象とした動作生成手法について提案する。蝶に特徴的な動作は蝶の羽と空気の相互作用によって生じる。安斎ら<sup>(1)</sup>は、CG 表現への利用を目的として、この相互作用によって生じる流体力をシンプルな計算式で実装した蝶の飛行モデルを提案している。一方、泉田<sup>(2)</sup>は、蝶の飛行制御法の解明を目的に、実際の蝶 (アサギマダラ) の羽ばたきを観測し、羽周辺の空気の流れを考慮した数理モデルを提案している。

泉田が提案したモデルでは、初期条件がわずかに変化すると飛行が不安定化している。この結果から、安定な飛行のためには高度な動作制御が必要になると推測される。よって、3D モデルの動作生成という目的から、本研究では安斎らと同様に単純化した計算式を用いて数理モデルを作成する。また、数理モデルから導かれる推定前進速度、及び数値計算の結果が実際の蝶と類似していることを示す。

## 2. 流体力計算式

鳥や航空機の翼が空気から受ける力の簡易的な計算は、揚力と抗力を別々に計算するのが一般的である。しかし、本研究では解析をより単純化するために、面に垂直な流体力  $P$  のみが働くとした。 $P$  は式 (1) で計算する。

$$P = \frac{1}{2} A \rho C_d v^2 \quad (1)$$

ここに、 $A$  は面の面積、 $\rho$  は流体の密度である。本稿で行う実験では、温度が 5.0[°C]程度のときの空気の密度  $\rho = 1.28[\text{kg}/\text{m}^3]$  を用いた。また、 $C_d$  は抗力係数であり、 $C_d = 2.2$  を用いた。 $v$  は面の重心の速度のうち、面に垂直な成分のみを取り出したベクトルである。

## 3. 羽ばたきによって生じる流体力

図 1 (左) のように、胴体が傾いておらず、羽を上下に動かす場合を考える。このとき、羽ばたきによって羽上の微小面  $dS$  が受ける流体力は羽の回転軸からの距離  $x$  の関数となり、その大きさ  $dF(x)$  は式 (2) で表される。

$$dF(x) = \frac{1}{2} \rho C_d (x \omega)^2 dS \quad (2)$$

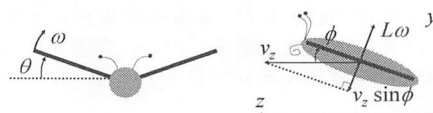


Fig. 1 Parameters of the butterfly model

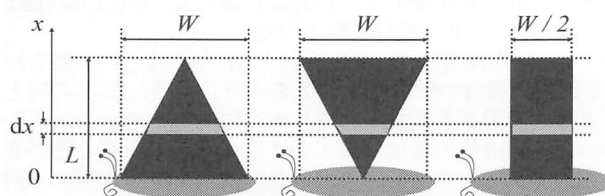


Fig. 2 Three simple shapes of the butterfly's wing

ここに、 $\omega$  は羽を振り上げる向きを正とした場合の、胴体中心を回転軸とする羽の回転速度である。

ここで、図 2 のように  $x$  軸を定め、 $x$  軸方向の長さ  $dx$  の領域を微小面とした場合、面積  $dS(x)$  は羽の形状によって変化する。図 2 の左、中央、右のように、等面積だが形状が異なる羽の場合の  $dS(x)$  をそれぞれ  $dS_1(x)$ 、 $dS_2(x)$ 、 $dS_3(x)$  とすると、その値は式 (3) で表される。

$$dS_1 = W \left(1 - \frac{x}{L}\right) dx, \quad dS_2 = \frac{Wx}{L} dx, \quad dS_3 = \frac{W}{2} dx \quad (3)$$

式 (3) を式 (2) に代入して  $x = 0$  から  $x = L$  まで積分すれば、羽全体が受ける流体力が計算される。形状ごとに流体力をそれぞれ  $F_1$ 、 $F_2$ 、及び  $F_3$  と置くと、式 (4) となる。

$$F_1 = \frac{\alpha}{24} v_w^2, \quad F_2 = \frac{\alpha}{8} v_w^2, \quad F_3 = \frac{\alpha}{12} v_w^2 \quad (4)$$

ただし、係数  $\alpha$ 、変数  $v_w$  を式 (5) のように置いた。

$$\alpha = \rho C_d L W, \quad v_w = L \omega \quad (5)$$

微小面  $dS(x)$  が受ける流体力  $dF(x)$  は、力として働くだけでなく、羽の回転を妨げるトルクを生じる。このトルクの大きさは  $x dF(x)$  である。よって、胴体中心回りの回転を妨げるトルクを形状ごとに  $\tau_1$ 、 $\tau_2$ 、及び  $\tau_3$  と置くと、式 (4) を求めたときと同様の積分を行い、式 (6) を得る。

$$\tau_1 = \frac{\alpha}{40} L v_w^2, \quad \tau_2 = \frac{\alpha}{10} L v_w^2, \quad \tau_3 = \frac{\alpha}{16} L v_w^2 \quad (6)$$

式 (4) は、ある回転速度  $\omega$  で羽ばたくときの流体力である。また、式 (4) を式 (6) で割った値は、トルク当たり

に発生する流体力であり、 $\omega$  を含まない。よって前者を羽ばたきの対速度効率、後者を対トルク効率と定義すると、対速度効率が最も高いのは図2の中央の形状で、逆に対トルク効率が最も高いのは図2の左の形状である。周波数の低い羽ばたきで飛行するという蝶の特徴を強調するために、以降は図2の中央を蝶の羽の形状として採用する。複雑な形状の羽の効率や、多様な飛行生物における飛行特性と効率の関係なども興味深い、それらは他の機会に譲る。

さて、式(4)の流体力 $F$ は、羽に垂直で、かつ回転方向と逆の向きに働く。よって、羽ばたきの角度を $\theta$ とすると、 $F \cos \theta$ が蝶の上昇・下降に寄与する力となる。泉田<sup>(2)</sup>の研究によれば、アサギマダラにおける $\theta$ の推移はコサイン状の曲線となる。これは羽の振り上げ速度と振り下ろし速度が等しいことを意味しており、このとき1周期の羽ばたきにおける流体力の総和は0となる。よって、蝶が重力に逆らって飛行するためには、4章で述べる羽の仰角の効果を利用しなければならない。

#### 4. 羽の仰角と上昇・前進性能

図1(右)のように、胴体と羽を角度 $\phi$ だけ傾けた状態で羽ばたきを行う場合を考える。ただし、簡単化のために蝶の上下方向の速度は十分に小さいとし、前進速度 $v_z$ のみを考慮する。このとき、羽先端の速度のうち、面に垂直な成分 $v_w'$ は式(7)となる。

$$v_w' = L\omega - v_z \sin \phi \quad (7)$$

従って、羽全体が受ける流体力 $F$ は、式(4)中の $v_w$ を $v_w'$ で置き換えた値となる。図1(右)に示すように高さ方向と進行方向に $y$ 軸、 $z$ 軸を取り、代表的な姿勢として羽ばたき角 $\theta=0$ の場合を考えると、 $y$ 軸方向に働く力 $F_y$ 、 $z$ 軸方向に働く力 $F_z$ はそれぞれ式(8)～(9)となる。ただし、左右2枚の羽による合力を求めている。

$$F_y = \frac{1}{4} \rho C_d L W (L\omega - v_z \sin \phi)^2 \cos \phi \quad (8)$$

$$F_z = \frac{1}{4} \rho C_d L W (L\omega - v_z \sin \phi)^2 \sin \phi \quad (9)$$

ここに、式(8)は $v_z \sin \phi > L\omega$ のときに正の値を、式(9)は、 $L\omega > v_z \sin \phi$ のときに正の値を取る。また、胴体に働く流体力のうち、 $y$ 軸方向の成分のみを取り出した力 $F_{by}$ 、 $z$ 軸方向の成分のみを取り出した力 $F_{bz}$ は、胴体の代表的な投影面積を $A_b$ として、式(10)のように書ける。

$$F_{by} = \frac{1}{2} \rho C_d A_b v_y^2, \quad F_{bz} = \frac{1}{2} \rho C_d A_b v_z^2 \quad (10)$$

ここに、 $F_{by}$ は $v_y < 0$ 、 $F_{bz}$ は $v_z < 0$ のときに正の値を取る。

安斎ら<sup>(1)</sup>の研究で示されているアゲハのデータを参考に、 $L = 5.5[\text{cm}]$ 、 $W = 5.0[\text{cm}]$ とする。また、羽ばたき角 $\theta$ の範囲 $[-90^\circ, 90^\circ]$ 、周波数 $10[\text{Hz}]$ の羽ばたきの平均角速度 $\pm 62.8[\text{rad/s}]$ を $\omega$ とする。これらの値を式(8)～(9)に代入し、 $v_z = 0$ 、 $v_z = 2$ 、 $v_z = 4$ と変化させたときの $F_y$ と $F_z$ を図3に示す。グラフの横軸は $\phi$ であり、羽を振り上げるときの値を(up)、振り下ろすときの値を(down)としている。

図3より、 $v_z$ が増加するほど $F_y$ 、 $F_z$ ともに値域が広がる一方、 $F_z$ の最大値は減少している。式(10)より、 $v_z$ が増加するほど $F_{bz}$ も増加することを加味すると、 $v_z$ は一定値以上にはなり得ないことが推測される。 $v_z$ を $1[\text{cm}]$ 刻みで増加させ、 $F_z$ の最大値が $F_{bz}$ を超えるような最大の $v_z$ を実験的

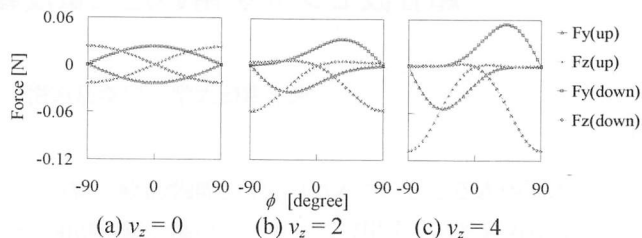


Fig. 3 Variation of forces for the forward velocity

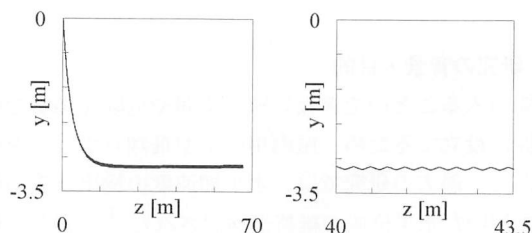


Fig. 4 Simulation results obtained by Runge-Kutta method

に求めたところ、 $v_z = 380[\text{cm/s}]$ を得た。安斎らによれば、アゲハの平均的な飛翔速度は $300 \sim 400[\text{cm/s}]$ であり、求められた最大の $v_z$ は実際のアゲハのものとはほぼ一致する。

#### 5. 数値計算実験

式(8)～(10)を用い、式(11)の運動方程式を得る。

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = F_y \cos \theta + F_{by}, \quad m \frac{d^2 z}{dt^2} = F_z \cos \theta + F_{bz} \quad (11)$$

ただし、 $m$ は蝶の重量で、 $m = 0.319[\text{g}]$ とした。

式(11)を4次のルンゲクッタ法を用いて時間発展を観察した。時間刻みは $1/12000[\text{s}]$ とし、 $20[\text{s}]$ まで計算を行った。また、 $\omega$ は周波数 $10[\text{Hz}]$ のコサイン波で与え、 $\phi$ を制御パラメータとした。初期位置、初期速度は全て0とした。

安定飛行可能な $\phi$ を実験的に求め、振り上げ時 $\phi = 12.77^\circ$ 、振り下ろし時 $\phi = 0^\circ$ を得た。図4はそのときの飛行軌跡である。飛行開始時には下降しているが、時間経過とともに安定飛行に移行する。安定時の平均前進速度は $340[\text{cm/s}]$ であり、蝶特有の上下に揺れる飛行が表現できている。

#### 6. おわりに

本稿では、単純化した蝶の数理モデルを作成し、解析と数値計算実験を行った。数理モデルから導かれる前進速度、及び数値計算結果から、単純な数理モデルを用いることで実際の蝶の飛行動作を表現可能であるといえる。

今後の課題としては、制御パラメータの自動探索や、空中停止や集団飛行など飛行行動の多様化などが挙げられる。

#### 参考文献

- (1) 安斎祐一, 村岡一信, 千葉則茂, 齊藤伸自: “翅のはたきによる力を考慮した蝶の飛翔モデル”, 情報処理学会論文誌, Vol.41, No.3 (2000) 658-667
- (2) 泉田啓: “蝶の飛翔制御法解明への実験的アプローチ”, 日本ロボット学会誌, Vol.23, No.1 (2005) 41-45