

局所クラスタリング組織化法を応用した分割統治法による大規模 TSP の解法

北海道大学 大学院情報科学研究科 ○石川和典, 鈴木育男, 山本雅人, 古川正志

TSP の高速な近似解法である局所クラスタリング組織化法を応用し, 新たな TSP の分割統治法を提案する. 提案手法は TSP の巡回経路を複数の部分経路に分割し, それらを並列に最適化することで一つの最適化された巡回経路を得ることを可能とする. また, 他の TSP の分割統治法とは異なり, ユークリッド TSP 以外の一般形式の TSP に適用可能である. 数値計算実験では, 8 万都市程度のベンチマーク TSP に対して提案手法の有効性を示す.

1. はじめに

巡回セールスマン問題 (Traveling Salesman Problem, TSP) は, 複数の都市とすべての都市間の経路コストが与えられ, すべての都市を含む巡回経路のうちもっとも総コストが小さくなるものを求める問題である. TSP には基盤配線, 集配スケジュール, VLSI 設計など多くの工学的応用問題が存在する. 大規模 VLSI 設計などにおいては, 100 万都市を超える規模の TSP を解くことが要求される. しかしながら, TSP は計算複雑性理論において NP 困難と呼ばれる問題クラスに属しており, 都市数が増加すると計算に必要な時間が爆発的に増加する. 実際, 10 万都市以上のベンチマーク問題に対しては未だに最適解が見つからないものがほとんどである. したがって, 大規模 TSP に対しては最適解を求めることよりも, 実用的な時間内にできるだけ低いコストを持つ近似解を求める研究が主流である.

大規模 TSP に対し, 問題を分割することにより計算時間の爆発を抑えるとともに並列計算へ応用する手法がこれまで研究されてきた. Muldr¹⁾ による研究では, 適応共鳴理論により問題を分割し, Lin-Kernighan 法により分割された問題の近似解を求めそれら一つに統合する手法が提案された. この手法により 100 万都市の問題の近似解が並列計算により高速に求められている. しかしながら, 上記を含むこれまでの分割統治法は, 各都市に座標が与えられるユークリッド TSP にのみ適用できるものであった. しかし, TSP の応用問題ではユークリッド TSP で表現できないものも多く, これらには従来の分割統治法を適用させることができない.

2. 局所クラスタリング組織化法

局所クラスタリング組織化法 (Local Clustering Organization, LCO) は, 古川²⁾ により考案された, TSP の近似解法である. LCO は自己組織化マップ (Self Organizing Map, SOM) による TSP の解法を応用し, ランダムに選択された部分経路の最適化を繰り返し行うことで, 最終的に巡回経路全体の最適化を実現する.

LCO を TSP に適用する際の, 手続きの概要を以下に示す.

- (1) 巡回経路 T を, ランダムに初期化する.
部分経路の範囲 r を, $r = 1$ に初期化する.
- (2) ランダムに 1 つ都市 v を選択し, T 上で v とその前後 r 都市を含む部分経路を T_v とする.
- (3) T_v にクラスタリング手法 (後述) を適用する.
- (4) 終了条件を満たせば終了する.

そうでなければ, r を増加させ 2 に戻る.

LCO においては, (2) から (4) までの手続きを 1 ステップとする. ここで (3) におけるクラスタリング手法とは, 部分経路を最適化する手法である. クラスタリング手法には単純交換法, 逆位交換法, 平滑法などがあり, 一般的にはこれらの手法を 40%, 40%, 20% の割合でランダムに選択する. (4) において, 終了条件には一定時間の経過や一定ステップ巡回経路の更新がされなかった場合などが設定される. r は線形に増加させる場合や指数関数的に増加させる場合があるが, いずれの場合も r の上限値は都市数を n としたとき $r_{max} = n/2$ と設定する.

LCO は SOM とは異なり都市の座標情報を利用しないため, 一般形式の TSP に適用可能な手法であるが, SOM と同等の精度の近似解を高速に求めることができると報告されている²⁾.



Fig.1 Dividing a tour into sub-tours

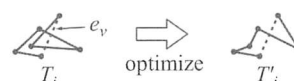


Fig.2 Optimizing a sub-tour

3. 提案手法

本稿で提案される TSP の分割統治法は LCO や SOM と同様に, 巡回経路の局所的な最適化の繰り返しにより広範囲の最適化を実現する解法である. TSP の分割統治法は一般的に「分割」, 「最適化」, 「統合」の手続きで構成され, 提案手法もこの構成を基本とする. 提案手法を TSP に適用させる手順を以下に示す. ただし, 巡回経路 T , i 番目の部分経路 T_i および最適化された i 番目の部分経路 T'_i はすべて都市をつなぐ経路の集合とする.

- (1) 巡回経路 T を初期化する. 分割数 d を初期化する.
- (2) T を d 分割し, 複数の部分経路 $\{T_i \mid i = 1, 2, \dots, d\}$ を得る.
- (3) すべての部分経路を最適化し, $\{T'_i \mid i = 1, 2, \dots, d\}$ を得る.
- (4) $\{T'_i\}$ を統合する経路を最適化する.
- (5) (4) で得られた経路を用いて $\{T'_i\}$ を統合し, T' とする.
- (6) $T = T'$ ならば, T' に kicking を適用する.
- (7) d を更新する.
- (8) 終了条件を満たせば終了する.

そうでなければ $T \leftarrow T'$ とし, (2) に戻る.

つぎに, 各手続きの詳細について述べる.

(1) 初期解として, T をランダムに都市を巡回する経路を与える. d は $d \leftarrow d_{ini}$ と初期化する. ただし d_{ini} は提案手法のパラメータとして予め与えられているものとする.

(2) T に含まれるすべての経路の中から, ランダムに選択された d 個の経路の集合を E_d とする. T から E_d を除去することで, d 個の部分経路 $\{T_i \mid i = 1, 2, \dots, d\}$ を得る (図 1). ここで, $T = \{T_i\} + E_d$ が成り立つ.

(3) 各 T_i は巡回経路ではないので, 両端を 1 つの仮想的な経路 e_v でつなぐことで仮想的に巡回経路とみなし, TSP の最適化手法を適用する. ただし, e_v は T に含まれる経路とは関係がないので, 例外的に最適化の対象としない (図 2). また, $T_i, T_j (i \neq j)$ の最適化は並列に行うことが可能である.

(4) この手順は, $\{T'_i\}$ を 1 つの巡回経路に統合する E_d よりもコストの低い経路の集合を探索することを意味する. 具体的には, まず仮想経路の集合 $E_v = \{e_v\}$ と T から除去された辺の集合 E_d からなる巡回経路 $U = E_v + E_d$ を構成する. つぎに, U を E_v を変更せずに最適化し, $U' = E_v + E'_d$ を得る (図 3). U の最適化は, T において各 T_i のサイズを超える範囲の最適化を実現する. また, 各 T_i と U の最適化は相互に依存関係がないため, (3), (4) は並列に実行することが可能である.

(5) 最適化により得られた $\{T'_i\}$ と E'_d の和集合は 1 つの巡回経路を構成し, これを T' とする (図 4).



Fig.3 Optimizing pathways to concatenate sub-tours

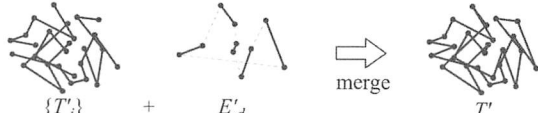


Fig.4 Merging optimized sub-tours



Fig.5 Kicking to a tour

(6) 巡回経路 T の中で広域にわたる交差辺に対し、問題を分割した場合その交差辺を最適化することが困難となる。例えば図 5 左の巡回経路に見られる交差辺を取り除くためには、 T 上で全都市数の半数を占める 6 都市の巡回順序を逆順にする必要がある。このとき、分割数 d が大きい場合、各部分経路 T_i の最適化でこのような広範囲にわたる交差辺を除去することは困難である。提案手法ではこのような交差辺は主に $\{T_i\}$ の結合順序最適化により実現するが、最適化が可能となる状態は T の分割箇所依存するため、分割数 d の値にも依存する。しかしながら d が小さいとき、分割する箇所が少ないため $\{T_i\}$ 結合順序の最適化による解決は困難となる。この問題を克服するため、Martin ら³⁾ により提唱された kicking を用いる。kicking は本来 TSP の逐次改善手法において局所最適解を脱出するために適用される手法であり、大規模 TSP に対しより高品質の近似解を得るための有効な手法であることが Applegate ら⁴⁾ により示されている。提案手法ではランダムな交差辺を T に与える (ランダムな範囲の都市の巡回順序を逆順にする) ことにより T の構造を強制的に変化させる。図 5 右側のように広範囲にわたる 1 つの交差辺を複数の小さな範囲にわたる交差辺に置き換えることで、小さな最適化範囲で元の交差辺を除去することが可能になる。実際に、予備実験により提案手法を用いてすべての交差辺を除去するまでに要する計算時間を計測したところ、kicking を適用することで高速化できることが示された。

(7) LCO は小さな局所範囲の最適化から開始し、次第に最適化の範囲を拡大していく。提案手法でも同様に d を次第に小さくしていくことで部分経路の平均長 $|T_i|$ を拡大し、最適化の範囲を広げていく。最終的に d のとる値を $d_{fin} (< d_{ini})$ とする。

(8) 終了条件としては $d = d_{fin}$ となったときや一定時間の経過などが挙げられる。

4. 数値計算実験

TSP のベンチマーク問題のうち都市数の多い問題に対して提案手法を適用することで、定められた時間内に得られる近似解の精度がどのように変化するかを比較する。

4.1 実験設定

問題には Web サイト TSPLIB⁵⁾ に掲載されている TSP のベンチマーク問題のうち、都市数が最多の pla85900 (85900 都市) に対して提案手法と LCO を適用する。

提案手法のパラメータには、分割数の初期値、最終値 d_{ini}, d_{fin} がある。これらの適切な値については今後詳細な検証が必要であるが、今回の実験では、予備実験で比較的良好なパフォーマンスが得られた $d_{ini} = \sqrt{n}$, $d_{fin} = 4$ とした。ここで n は TSP の都市数とする。また、分割数は各ステップで 10% ずつ減少させる。各部分経路および部分経路の結合順序は LCO を用いて最適化を行う。終了条件は計算開始から 1000 秒の経過とする。計算には Intel Core2 Quad Q9550 (2.83GHz) を用い、並列化は行わず各最適化は逐次的に実行する。試行回数は 50 回とする。

Table.1 Tour accuracy in 50 trials

	average	best	worst	variance
DC	1.273	1.177	1.445	$3.56 \cdot 10^{-3}$
LCO	1.134	1.127	1.139	$6.17 \cdot 10^{-6}$

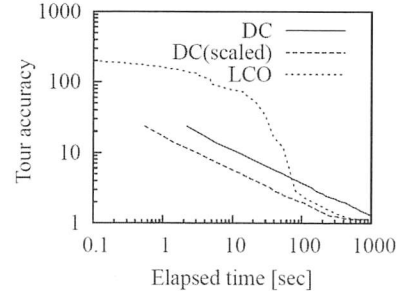


Fig.6 Transition of tour accuracy in a trial

4.2 実験結果

表 1 は、計算終了時に得られた巡回経路の解精度の平均値、最良値、最悪値、分散値を示す。解精度は最適解の経路コストに対する近似解の経路コストの比であり、1 に近いほど最適解の経路コストに近いことを表す。「DC」は提案手法により得られた解精度、「LCO」は提案手法を用いず LCO をそのまま適用したときに得られた解精度を表す。計算開始から 1000 秒の段階では、提案手法により得られる近似解は提案手法を用いないものよりも解精度の値が大きく、またばらつきも大きいことが明らかになった。

図 6 は、ある試行において各時点での解精度をプロットしたものである。本実験で提案手法における分割数の最小値は $d_{fin} = 4$ であるので、提案手法を用いた場合少なくとも並列数 4 で並列に計算することが可能である。「DC(scaled)」は、「DC」における計算時間を擬似的に 4 倍高速化したものを表す。この試行では逐次的に計算した場合、計算開始から約 70 秒の間は提案手法を用いることで高速に解精度を改善することが可能であるが、それ以降は提案手法を適用することの優位性は見られなかった。また、計算開始から 1000 秒経過の段階では提案手法による解が収束していないことが明らかになり、表 1 において提案手法の解精度の値が大きいこと、分散値が大きいことはこのことが原因と考えられる。しかしながら、並列計算により 4 倍高速化されたと仮定した場合、すべての時間帯において提案手法の優位性が示された。実際に並列計算した場合の程度高速化されるかは今後詳細な検証が必要である。

5. おわりに

本研究では TSP に対する新たな分割統治法を提案した。提案手法は巡回経路を部分経路に分割し、各部分経路と部分経路の結合順序を最適化することで一つの最適化された巡回経路を得る手法である。また、提案手法は並列計算に適用することが可能であり、ユークリッド TSP 以外の一般形式の TSP へも適用可能である。数値計算実験では逐次的に計算した場合は最適化速度が低下することが示されたが、並列計算により高速化された場合、提案手法を適用する優位性が現れる可能性が示された。今後の課題として、実際に提案手法を並列計算に応用した場合のパフォーマンス検証などが挙げられる。

参考文献

- 1) Mulder S.A. and Wunsch D.C.: Million city traveling salesman problem solution by divide and conquer clustering with adaptive resonance neural networks, *Neural Networks*, **16**, 827, (2003), 5.
- 2) 古川 正志, 渡辺 美知子, 松村 有祐: 局所クラスタリング組織化による TSP の解法, *日本機械学会論文集 (C 編)*, **71**, 711, (2005), 83.
- 3) Martin O. Otto S.W. and Felten E.W.: Large-step markov chains for the TSP incorporating local search heuristics, *Operations Research Letters*, **11**, 4, (1992), 219.
- 4) Applegate D., Cook W. and Rohe A.: Chained Lin-Kernighan for large traveling salesman problems, *INFORMS Journal on Computing*, **15**, 1, (2003), 82.
- 5) TSPLIB: <http://comopt.ifi.uni-heidelberg.de/software/TSPLIB95/>