

メッシュ適合に基づくボイドを含む製品の解析メッシュ生成

北海道大学 ○東 翔也 伊達 宏昭 金井 理 北海道立総合研究機構工業試験場 田中 大之

要 旨

本研究では、ボイドを含む製品の実形状を利用した CAE による強度解析を目的とした、工業用 X 線 CT 計測メッシュからの解析用四面体メッシュ生成法を提案する。提案手法は製品形状四面体メッシュ生成とメッシュ適合(四面体要素除去とボイド形状近似)によるボイド復元を行う手法となっており、複雑な形状に対して高品質な解析用四面体メッシュを頑健に生成できる。

1. はじめに

近年、工業用 X 線 CT を用いた工業製品の計測技術へ注目が高まりつつある。X 線 CT による計測は、従来のレーザ計測や画像計測などとは異なり、製品の表面形状のみならず、内部形状をも計測することが可能である。そのため、X 線 CT 計測データを用いた製品の内部欠陥検出、CAD モデルと現物との比較、流体シミュレーション、強度解析、CAD モデル生成など、形状計測データの広範囲な活用が可能になってきている。

X 線 CT 計測により製品内部のボイド(鋳巣などの内部欠陥)の形状情報を得ることが可能になり、それに伴い、ボイドを含む製品の実形状を利用した CAE による強度解析への要求が高まってきている。その解析のためには X 線 CT 計測データ(表面三角形メッシュ)からの解析用四面体メッシュ生成が必要であるが、現状では微細かつ複雑形状のボイドを含む製品の X 線 CT 計測データに対して高品質な四面体メッシュを安定して生成することは困難である。そこで本研究では、製品形状のみの四面体メッシュ生成と、メッシュ適合(四面体要素除去とボイド形状近似)によるボイド復元に基づく、計測データからの頑健な高品質四面体メッシュ生成手法を提案する。

2. メッシュ適合による解析メッシュ生成法

2.1 概要

本研究で提案する手法の概要を図 1 に示す。本手法では X 線 CT 計測で得られたボイドを含む実製品の表面三角形メッシュ M_A^S を入力とする。本アルゴリズムは4つの処理から構成される。はじめに、閉メッシュ化とボイド分離を行う(図 1A-1)。次に、分離した製品形状表面メッシュ M_P^S に対して高密度四面体メッシュ M_P^V を生成する(図 1A-2)。そして、ボイド表面メッシュ $M_{V_i}^S$ と干渉している四面体要素、ボイド内部に存在する四面体要素を M_P^V から除去し、ボイド表面外側近傍に存在している四面体頂点をボイド表面メッシュ $M_{V_i}^S$ へとフィッティングさせ(図 1A-3)、初期四面体メッシュ M_A^V を得る。最後に、 M_A^V に対して Optimal Delaunay Triangulation (ODT)による品質改善処理を行う(図 1A-4)。

本手法は、ボイドを含まない製品形状に対する四面体メッシュさえ生成できれば、四面体要素の除去ならびに頂点の移動のみでボイド形状を復元できるため、ボイドの複雑さによらない頑健な手法であるといえる。

2.2 閉メッシュ化とボイド分離(図 1A-1)

製品の計測メッシュの一部を切り出して注目部分のみを解析したい場合に、切り出された開三角形メッシュを閉じる必要がある。本研究では、切り出しのための切断部はほぼ平面であると仮定し、そのための閉メッシュ化処理を以下のプロセスで実現する(図 2)。

STEP1:メッシュの切断部の境界頂点に対して最小自乗近似平

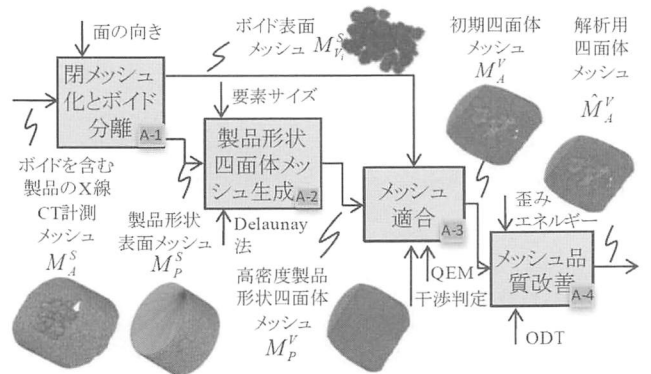


図 1 提案する解析メッシュ生成法の概要

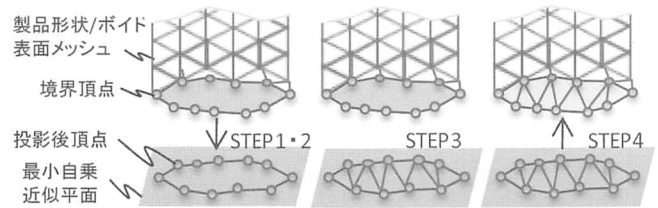


図 2 閉メッシュ化の概要

面を導出する。

STEP2:最小自乗近似平面へ境界頂点を投影する。

STEP3:投影された境界頂点からなる多角形の内部の 2 次元 3 角形分割を行う。

STEP4:生成された三角形を 3 次元上のメッシュに反映させる。

次に各閉メッシュがボイド表面メッシュ $M_{V_i}^S$ か製品表面メッシュ M_P^S か判定する。この判定には閉三角形メッシュに対する符号付き体積を用いる。符号付き体積の符号は外向き法線ベクトルがメッシュを境界とする閉じた空間の内側を向いているとき(すなわちメッシュが中空を表すボイド表面メッシュ $M_{V_i}^S$ のとき)に負となる。一方で、立体を表わす閉三角形メッシュ(製品表面メッシュ)ではその符号は正となる。閉三角形メッシュの符号付体積は、メッシュの各三角形において、その頂点と任意の 1 点がつくる四面体の符号付体積を求め、それらの総和をとることで求められる。

2.3 製品形状四面体メッシュ生成とメッシュ適合(図 1A-2, 3)

2.2 節の手法で得られた製品形状表面メッシュ M_P^S に対して四面体メッシュ分割を行い、製品形状四面体メッシュ M_P^V を生成する。本実装ではこの四面体メッシュ分割に TetGen^[1]を用いた。

その後、各ボイド表面メッシュ $M_{V_i}^S$ を用いたメッシュ適合により、以下の処理でボイド形状を M_P^V 内に復元する。

まず、 $M_{V_i}^S$ と干渉している四面体及び、 $M_{V_i}^S$ 内部に頂点が 1 つ

でも存在する四面体を M_p^V から除去する(図 3(a):STEP1). 次に、四面体除去により新たに形状表面に現れた M_p^V の各頂点をそれぞれの平均法線方向へと移動し、 M_p^V の表面三角形で M_{Vi}^S を近似する(図 3(b):STEP2). 点の位置は QEM^[2] で定義される形状近似誤差を最小化するように以下の手順で求める。

- ① M_{Vi}^S の各頂点 i の Q 行列 Q_i ^[2] を求め、 M_{Vi}^S の各三角形 t において、それを構成する頂点 (i,j,k) の Q 行列の和 $Q_i = Q_i + Q_j + Q_k$ を求める。
- ② M_p^V の頂点 i (位置 p_i) の外向き法線 n_i 方向の半直線と交差するポイド表面メッシュ上の三角形 t_c を求める。
- ③ 式(1)より、QEM を最小化する頂点 i の新たな位置 q_i を求める。

$$q_i = p_i - \frac{n_i^T Q_i p_i}{n_i^T Q_i n_i} n_i \quad (1)$$

式(1)は、 p_i を始点とし、 n_i 方向の半直線上の頂点位置が $q_i = p_i + m_i$ であらわされるので、これを用いて QEM による近似誤差 $\varepsilon_i = q_i^T Q_i q_i$ を最小化する t を求める ($\partial \varepsilon_i / \partial t = 0$ を t について解く) ことで得られる。なお、各ベクトルは同次座標表現である。

2.4 メッシュ品質改善(図 1A-4)

生成されたポイドを含む四面体メッシュの品質改善を ODT^[3] に基づく手法により実施する。この品質改善は ODT エネルギー最小化に基づいており、メッシュの接続性を変えずに、頂点位置のみを移動して行われる。品質改善後の各頂点の新たな点位置は、式(2)で決定される。

$$q_i^* = q_i - \frac{1}{2|\Omega_i|} \sum_{r \in \Omega_i} (\nabla_i |r| [\sum_{k \in r, k \neq i} \|q_i - q_k\|^2]) \quad (2)$$

Ω_i は頂点 i に接する四面体集合であり、 $|a|$ は a の体積を表す。

3. 解析メッシュ生成結果と品質評価

本アルゴリズムを用いた解析用四面体メッシュ生成過程と結果を図 4 に示す。本提案手法により、ポイドを含む実製品の X 線 CT 計測メッシュ(図 4(a)、樹脂製品の一部)から解析用四面体メッシュ(図 4(d))が生成された。解析用四面体メッシュ生成の処理時間は、238 秒(CPU:Core2Duo 3GHz,RAM:2GB)であった。

また、本手法で生成した解析用四面体メッシュの品質評価結果の Stretch 分布を図 5(a) に示す。Stretch は正四面体で 1、要素形状が歪むにつれて 0 に近づく指標である^[4]。また図 5(b) にポイドを含まない製品(円筒)形状(図 4(c))の Stretch 分布を示す。両者の結果に大きな差が見られないことから、本アルゴリズムで生成されたメッシュの品質は Delaunay 法と同程度であり品質がよいことがわかる。

4. おわりに

本報では、メッシュ適合に基づくポイドを含む製品の X 線 CT 計測メッシュからの高品質な解析用四面体メッシュ生成の頑健な手法を提案し、実計測データへ適用することによりその有効性を確認した。今後の課題として、ポイド表面近傍の四面体要素サイズをより小さくすることによる近似精度の改善、ならびに、ポイドの復元選択機能の実装があげられる。

参考文献

- [1] Hang Si, <http://tetgen.berlios.de/>, (2007)
- [2] Michael Garland and Paul S. Heckbert, "Surface Simplification using Quadric Error Metrics", in *Proc.*

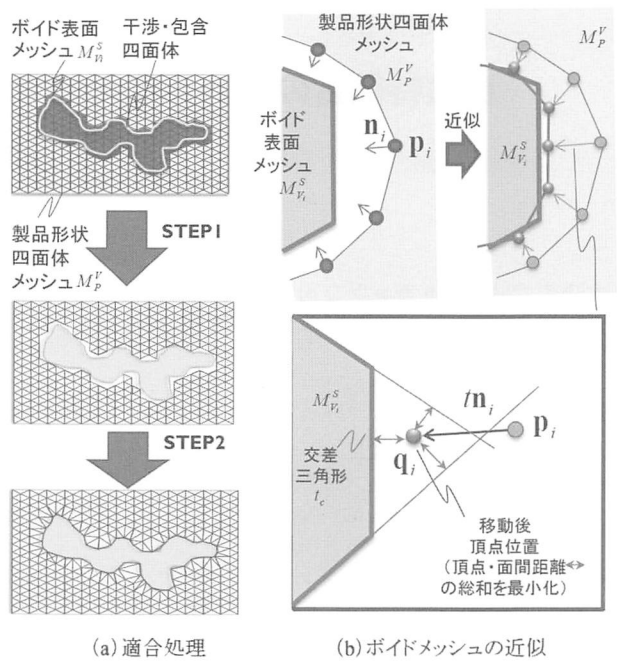


図 3 メッシュ適合

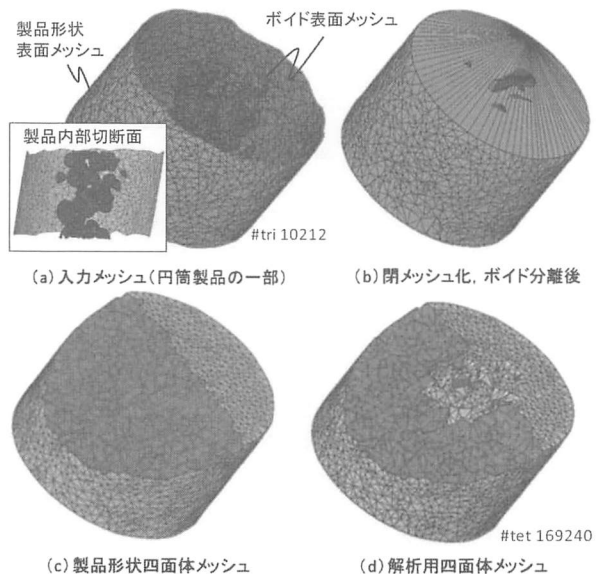


図 4 解析用四面体メッシュ生成結果

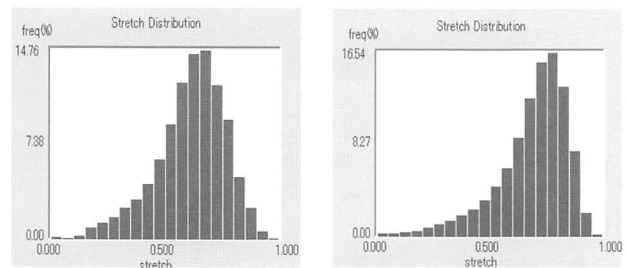


図 5 品質評価結果

- [3] SIGGRAPH97, pp.209-216,(1997)
- [3] Pierre Alliez, David Cohen-Steiner, Mariette Yvinec, and Mathieu Desbrun., "Variational tetrahedral meshing", *ACM Transactions on Graphics*, vol.24, pp.617-625, (2005)
- [4] B. H. V. Topping, et al., "Finite Element Mesh Generation", Stirling, U.K.: Saxe-Coburg Publications, (2004)