

メッシュ密度と形状近似精度を考慮した段階的 ODT スムージングによる寸法駆動変形解析用メッシュの品質改善

北海道大学 ○前濱 宏樹, 伊達 宏昭, 金井 理

要旨

本報では、メッシュ密度や形状近似精度を考慮した頂点の追加・削除と ODT スムージングを、シャープエッジから形状表面、形状内部へ段階的に適用することによる、変形が施された解析用四面体メッシュの品質改善手法を提案する。

1 はじめに

工業製品の機能評価に必要な CAE プロセスにおいて、計算コストの高いメッシュ分割の回数を低減することで効率化を図る有限要素解析用メッシュモデルの寸法駆動変形手法が提案されている[1]。しかし、これらの手法におけるメッシュモデルの変形は頂点の移動のみによって行われるため、変形後のメッシュモデルは要素形状品質が低下し、更に形状近似精度やメッシュ密度も変化するため、変形が大規模になると解析の効率や精度を著しく低下させてしまう。メッシュモデルの要素形状品質改善手法は数多く提案されており、特に Optimal Delaunay Triangulation (ODT) や Centroidal Voronoi Tessellation に基づく手法[2][3]は非常に良い要素形状品質を持つメッシュを提供する。

本研究では、ODT スムージング[2]に基づく寸法駆動変形メッシュの品質改善手法を提案する。一般的に ODT スムージングは形状境界上の頂点を固定して行われるため、境界付近に品質の悪い要素が残ってしまう。そこで本研究では、メッシュモデルの境界から内部へ順に、すなわちシャープエッジ、表面メッシュ、内部メッシュの順に段階的に ODT スムージングを適用することでメッシュ全体の品質改善を図る。更に、頂点の追加・削除を施すことで、入力メッシュの形状近似精度、メッシュ密度を変形後も維持する手法を提案する。なお、本報において対象とするモデルは形状表面が平面と円筒面のみからなるものとし、四面体メッシュへの適用を通して提案手法の有効性を示す。

2 提案する変形メッシュの品質改善手法

2.1 アルゴリズム概要

本研究で提案する手法の概要を図 1 に示す。提案手法ではまず、前処理として入力メッシュのメッシュ密度と形状近似許容誤差を算出する (A-1)。次に、入力メッシュに対して寸法駆動変形を実施し、変形メッシュを得る (A-2)。その後、入力メッシュの密度情報に基づく変形メッシュの目標メッシュ密度導出と、変形メッシュの幾何情報抽出を行う (A-3)。得られた目標メッシュ密度と形状近似許容誤差を用いて変形メッシュの要修正箇所を考慮しながら、シャープエッジ、表面メッシュ、内部メッシュの順に、ODT スムージングと頂点の追加・削除を反復して行い (A-4)、入力メッシュと同等のメッシュ密度や形状近似精度を持つ高品質な変形メッシュを得る。

2.2 入力メッシュの情報取得、目標メッシュ密度導出

2.2.1 目標メッシュ密度導出

入力メッシュのメッシュ密度を変形後のメッシュにも反映させるため、入力メッシュのメッシュ密度情報から変形メッシュに対する目標メッシュ密度の場を規則立方格子 (目標メッシュ密度格子) を用いて生成する。まず、入力メッシュの各頂点に、その隣接エッジのエッジ長の逆数の平均値を密度値として与える。次にメッシュモデルに寸法駆動変形を施す。その後、変形メッシュを覆う規則立方格子を生成し、格子の各セルに密度値を与える。このために、まず、各格子点 \mathbf{x}^g における密度値 $\rho(\mathbf{x}^g)$ を式(1)のように格子点を含む四面体 τ_j の頂点 i の密度値 ρ_i を用いた重心座標補間で求める。

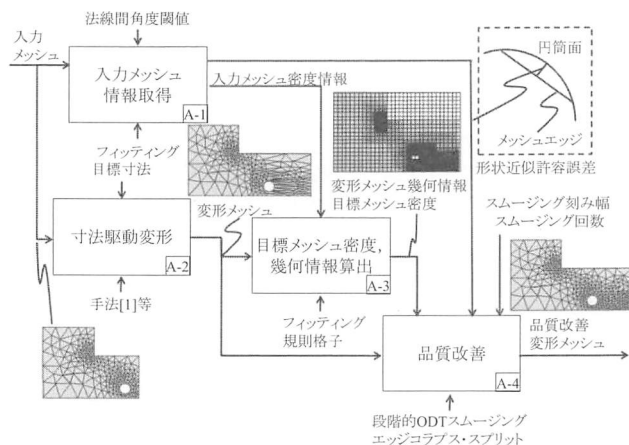


図 1 提案手法の概要

$$\rho(\mathbf{x}^g) := \frac{1}{|\tau_j|} \sum_{i \in \tau_j} |\tau_j^i| \rho_i \quad (1)$$

ここで τ_j^i は、 τ_j において頂点 i の位置を \mathbf{x}^g に置き換えた四面体であり、 $|\cdot|$ は体積を表す。格子の各セルの密度値は、非ゼロの密度値を持つ格子点の密度値の平均値とする。

2.2.2 形状近似誤差、幾何情報算出

入力メッシュの形状近似精度を維持するため、幾何情報を抽出し、形状近似許容誤差を算出する。幾何情報の抽出では、まず、法線間角度閾値を用いた 2 面角評価によりシャープメッシュエッジを抽出する。次に、シャープメッシュエッジが 3 つ以上接続する頂点を特徴点とし、特徴点に挟まれた連続するシャープメッシュエッジの系列をシャープエッジとする。その後、シャープエッジに囲まれる領域 (三角形集合) を認識し、フィッティングを用いて平面と円筒面のパラメータ (幾何情報) を得る。最後に各シャープエッジを、それを共有する領域の幾何情報をもとに直線、円、円弧に分類する。

円筒面における形状近似誤差として、メッシュエッジの中心から円筒軸への距離と円筒径の差を用い、入力メッシュにおいては各円筒面領域内の最大の形状近似誤差を形状近似許容誤差とする。

2.3 品質改善手法

2.3.1 ODT スムージング[2]

提案手法で用いる ODT スムージングは式(2)の誤差関数を最小化する手法である。

$$E(T) = \int_{\Omega} |u_{T,i}(\mathbf{x}) - u(\mathbf{x})| \rho(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (2)$$

ここで、 $u(\mathbf{x}) = \|\mathbf{x}\|^2$ 、 ρ は与えられた凸領域 $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ で定義される密度関数、 T は Ω 上の単体による分割 (メッシュ)、 $u_{T,i}$ は T に基づく $u(\mathbf{x})$ の区分線形近似である。図 2 に示すように、ODT スムージングでは式(3)の頂点移動とエッジ (フェース) フリッピングによる位相変更を繰り返し行い、 $E(T)$ を最小化する。

$$\mathbf{x}_i^{\text{new}} = (1 - \alpha) \mathbf{x}_i + \frac{\alpha}{|\omega_i|} \sum_{\tau_j \in \omega_i} \mathbf{c}_j \quad (3)$$

x_i^{new} は新しいメッシュの頂点位置, x_i は元の頂点位置, ω_i は頂点 x_i の1近傍要素集合, c_j は要素 T_j の外心, α は刻み幅 ($0 < \alpha \leq 1.0$) である. フリッピングは頂点移動の後, ドロネー基準を満たさない要素を排除するように行われる. ODT スムージングは低い計算量で高品質なメッシュが得られるが, 境界頂点を固定して行われるため, 境界付近の要素の品質改善が行えない. そのため提案手法では, シャープエッジ, 表面メッシュ, 内部メッシュの順に ODT スムージングを適用することでメッシュ全体の要素の品質改善を図る.

2.3.2 シャープエッジの頂点位置修正と頂点の追加・削除

シャープエッジの頂点位置の修正は, 式(3)を, c_j を各辺の中点として用いて行う (厳密には CPT スムージング[2]となる). 円弧及び円上のスムージングはその形状を縮退させるため, これらのシャープエッジに対しては, 中心角をパラメータとした数直線上で式(3)を適用する. 入力メッシュの形状近似精度を維持するため, 円弧及び円に対しては形状近似誤差が許容誤差よりも大きいエッジをスプリットし, 新しく生成された頂点を円 (弧) 上へ移動する. また入力メッシュの密度を維持するため, 目標メッシュ密度格子から得られた目標メッシュ密度と各エッジ長の逆数を比較し, 閾値以上の差があるエッジをスプリットあるいはコラプスする. 以上の操作を反復的に行い, 目標とするシャープエッジを得る.

2.3.3 表面メッシュの頂点位置修正と頂点の追加・削除

表面メッシュの品質改善においてもシャープエッジの場合と同様に, ODT スムージングと, 形状近似許容誤差と目標メッシュ密度を満たさないエッジに対するスプリットやコラプスを反復して行う. ODT スムージングは各三角形の外心を c_j として式(3)により実施する. 円筒面ではその形状が縮退するため, 式(3)右辺第2項の1近傍の外心の平均を計算する際に, 図3に示すように, 求められた外心の位置を円筒面上に投影し, 円筒面を平面展開して得られる平面 ($r\theta$ -z平面) 上に対象頂点とその1近傍の外心を投影して式(3)を適用する. 得られた新しい頂点位置を円筒面上に逆投影することで頂点位置を修正する. また内部要素との接続関係に矛盾が生じないように, エッジフリッピングはエッジスプリットとエッジコラプスの組み合わせによって行う (図4). フリッピングにより裏返りやSliverを発生させてしまうエッジを持つドロネー基準を満たさない三角形に対しては c_j として外心の代わりに重心を用いる.

2.3.4 内部メッシュの頂点位置修正と頂点の追加・削除

内部メッシュに対する ODT スムージングでは, 頂点位置修正においては各四面体の外心を c_j として式(3)により実施し, 位相修正においては 2to3-Flip, 3to2-Flip 及び 4to4-Flip を用いる[3]. またシャープエッジや表面メッシュと同様, 目標メッシュ密度格子から得られた目標メッシュ密度を参照して頂点の追加と削除を行う.

3 実行結果

図5(a)のメッシュに変形を適用し, 得られた変形メッシュ (図5(b)) に提案手法を適用した結果を図5(c)に示す. また各メッシュの断面図とストレッチ (正四面体において1, 面積0の四面体で0となる要素形状品質の評価指標) 分布を同図中に示す. さらに各メッシュのストレッチと形状近似誤差の平均を表1に示す. 提案手法により, 変形メッシュの要素形状品質は改善され, 形状近似誤差とメッシュ密度が入力メッシュと近いものになっていることが分かる.

4 おわりに

変形前のメッシュのメッシュ密度や形状近似精度を考慮した段階的 ODT スムージングを適用することで, 寸法駆動変形が施されたメッシュモデルの品質改善を行う手法を提案した. また, 提案手法を実際の四面体メッシュモデルに適用し, その有効性を確認した. 今後の課題は, 自由曲面等を含むモデルへの適用法の検討である.

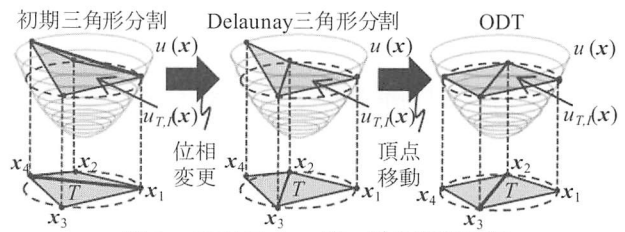


図2 ODT スムージングの処理手順

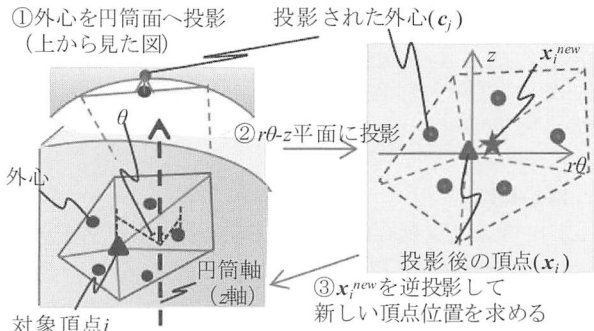


図3 円筒面における ODT スムージング

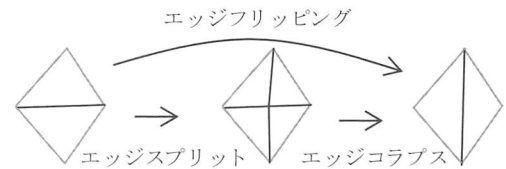


図4 表面メッシュにおけるエッジフリッピング

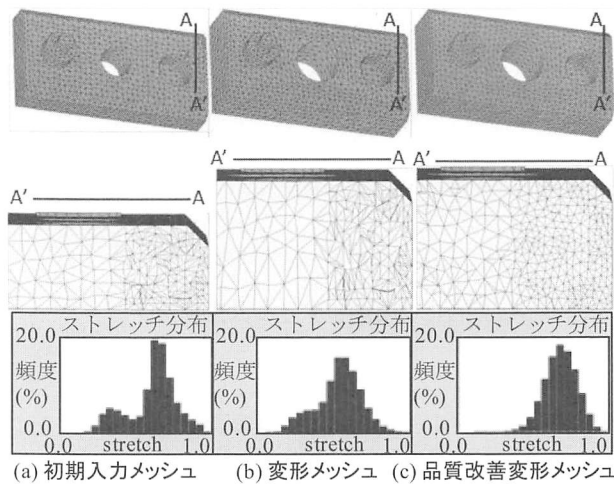


図5 提案手法の変形四面体メッシュへの適用結果

表1 各メッシュの品質評価結果

メッシュ	ストレッチ			平均形状 近似誤差
	平均	最小	最大	
初期入力メッシュ(図5(a))	0.61	0.17	0.99	0.19
変形メッシュ(図5(b))	0.53	0.09	0.96	0.22
品質改善変形メッシュ(図5(c))	0.68	0.11	0.97	0.15

[参考文献]

- [1] 例えば, 高野他, 空間埋込みを用いた四面体メッシュモデルの寸法駆動変形, 精密工学会北海道支部 50 周年記念学術講演会講演論文集, 19-20 (2009).
- [2] L. Chen, M. Holst, Efficient mesh optimization schemes based on Optimal Delaunay Triangulations, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 200(9-12), 967-984(2011)
- [3] Q. Du, D. Wang, Tetrahedral mesh generation and optimization based on centroidal Voronoi tessellations, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 56(9), 1355-1373(2003).