

4次元空間における等距離オフセット形状の導出 ～3次元凸形状の三角形メッシュモデルを入力とした4次元外側オフセット形状の生成～

北海道大学 大学院情報科学研究科 ○金澤 佑香, 小野里 雅彦, 田中 文基

オフセット形状は、切削加工分野にて工具の移動経路計算等に利用されており、今後も形状解析やその応用等の研究発展が見込まれる。本研究では任意のオフセットにおける形状の4次元的空間把握、オフセット形状の任意立体の干渉程度判定等への将来的利用のため、凸形状三角形メッシュ3次元基準形状から、距離オフセットを第4軸とし定義、4次元空間中の四面体形状を用い、等距離オフセット形状を4次元形状モデルとして導出する。

1 はじめに

本研究では4次元を構成する第4軸についてオフセット量を取り、3次元物体の等距離オフセット形状について4次元空間において形状表現することを目的とする。本報告では、入力を三角形メッシュ凸形状とし、オフセット形状の外側方向生成のみについて述べる。

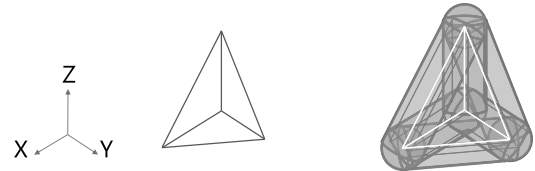


図1 基準形状(四面体) 図2 3次元オフセット形状

2 オフセット形状表現

2.1 オフセット形状とは

オフセットとは、(形状)データの位置を基準点からの差(距離)で表した値であり、オフセット形状とは基準となる物体を構成する面や点などからの距離が一意な値をもつ点群の集合形状となる[1]。3次元等距離オフセット形状とは、ある3次元物体の構成要素について任意のオフセット値をもつオフセット形状の集合として定義され、物体の移動経路の計算などに用いられている

2.2 3次元におけるオフセット形状

3次元における三角形メッシュ凸形状を入力とするオフセット形状を考える。凸形状の外側方向部分オフセット形状は、三角形面、円柱、球を用いて表現することが可能である。基準形状(図1)から距離 d オフセットした形状(図2)とは、三角形面を面の法線方向へ d 平行移動した三角形面(図3(a))、稜線を中心とする半径 d の円筒面(図3(b))、頂点を中心とする半径 d の球面(図3(c))の和集合の最外面となる。

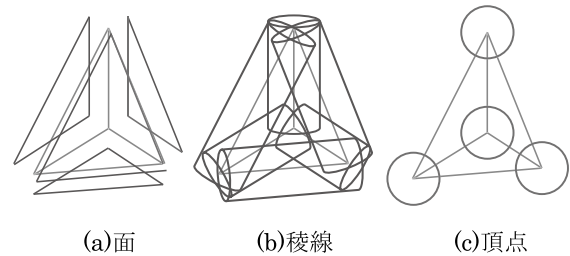


図3 面・稜線・頂点ごとのオフセット形状

2.3 オフセット形状表現の4次元拡張

等距離オフセット形状の $d=0 \sim d_{\max}$ ($d_{\max} > 0$)部分の作成について考える。オフセット値 d を第4軸として三角形・稜線・頂点からの3次元オフセット形状の4次元拡張を考える。3次元オフセット形状における三角形面の4次元拡張は三角超柱、3次元オフセット形状における円筒面の4次元拡張は円筒超錐、3次元オフセット形状における球面の4次元拡張は球面超錐と呼称できる形状となる。4次元空間における単体は五胞体であり、四面体によって定義される。4次元空間における等距離オフセット形状表現は、四面体を用いた近似形状で表現される必要がある。

2.4 4次元における三角超柱の四面体を用いた表現

基準形状の三角形面に対する4次元オフセット形状、三角超柱を考える。距離 d を第4軸とした4次元空間におい

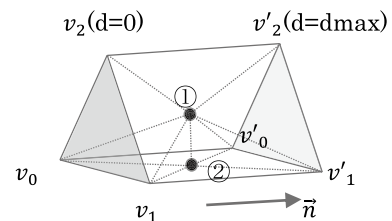


図4 三角超柱四面体分割方法

て、基準三角形を構成する3頂点 v_i ($i=0 \sim 2$)を(1)式のように、基準三角形の法線 \vec{n} を式(2)のようにおいた場合、 $d=d_{\max}$ における基準三角形のオフセット形状面は、(3)式のように計算される3頂点 v'_i ($i=0 \sim 2$)により構成される。三角超柱は v_i, v'_i ($i=0 \sim 2$)の6頂点により構成される。三角超柱を四面体を用いて表現するため、図4①のような三角超柱構成点6点の midpoint、図4②のような三角超柱の側面の midpoint(他2点)、計4点を新たに作成し、14個の四面体へ分割する。

$$v_i = [v_{ix}, v_{iy}, v_{iz}, 0] \quad (i=0 \sim 2) \quad (1)$$

$$\vec{n} = [n_x, n_y, n_z, 1] \quad (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 = 1) \quad (2)$$

$$v'_i = v_i + d_{\max} \cdot \vec{n} \quad (i=0 \sim 2) \quad (3)$$

2.5 4次元における円筒超錐の四面体を用いた表現

基準形状の稜線に対する4次元オフセット形状円筒超錐部分の生成を考える。仮に6点 $v_{0,i}, v'_{0,i}$ ($i=0\sim 2$)から構成される三角超柱と、6点 $v_{1,i}, v'_{1,i}$ ($i=0\sim 2$)から構成される三角超柱を考える。基準稜線を構成する頂点を $v_{0,0}$ ($=v_{1,0}$), $v_{0,1}$ ($=v_{1,1}$)とすると、三角超柱と求める円筒超錐の配置は図5のようになる。円筒超錐の分割数 k 個は、近似による誤差が一定以下となるよう決定する(図では $k=4$)。 $v_{0,0}$ を中心とした円を考え、 $v'_{0,0}$ から $v'_{1,0}$ にかけて、円弧上に $k-1$ 個の頂点($v_{\alpha 0}, \dots, v_{\alpha(k-2)}$)を新たに生成する。 $v_{0,1}$ 側も同じように頂点($v_{\beta 0}, \dots, v_{\beta(k-2)}$)を生成する。 $v_{0,0}, v_{0,1}$ を含む6頂点から三角超柱が k 個生成される。生成された三角超柱を2.5節の四面体分割のように処理する。

2.6 4次元における球面超錐の四面体を用いた表現

基準形状の頂点に対する4次元オフセット形状球面超錐部分の生成を考える。球面超錐部分は、2.6節において生成した円筒超錐の円弧部分に囲まれている。ある頂点 v_0 をもつ三角形 m 個の法線 $\vec{n}_0, \dots, \vec{n}_{m-1}$ について、法線の和を x, y, z に関し正規化したベクトル \vec{n}_{mall} を計算する。球面超錐上のある1点 v_{0plus} を式(4)のように計算する。

$$v_{0plus} = v_0 + dmax \cdot \vec{n}_{mall} \quad (4)$$

頂点 v_0 を中心とする球を考え、円筒超錐の円弧部分上にある頂点から v_{0plus} にかけて円弧上に p 個の頂点を生成する。(生成頂点は図6黒丸部分、図では $p=3$)4次元四面体を用いて作成するため、以下の処理を行う。隣り合う球面超錐上円弧における頂点同士を四角形をなすよう接続する。四角形の重心 v_{gq} を計算し、頂点 v_0 と重心 v_{gq} を結ぶ直線と、球面超錐との交点 v'_{gq} を導出する。球面超錐上円弧に存在する2点、その2点に関する v'_{gq}, v_0 の4頂点より四面体を生成する。 v_{0plus} に最も近い部分では、隣り合う球面超錐上円弧における頂点同士を、 v_{0plus} を含む三角形をなすよう接続する。 v_0 と接続し、4頂点より四面体を生成する。

3 立方体形状への適用結果

一辺の長さが10である立方体形状(図7)を、 $dmax=10$, $p=15$ にて作成、4次元形状を d 変化を黒色グラデーションにて表示した図を図8~9に示す。図8(a)は $d=3.2$ 超平面による切断形状、図8(b)は $d=9.8$ 超平面による切断形状、図9は $x=10.2$ 超平面による切断形状ワイヤフレーム表示となる。図7,8を比較すると d の増加とともに形状が丸みを帯びてきていることがわかる。図9をみると、中央部分稜線からの円筒超錐や、両端部分頂点からの球面超錐部分において、図7から見て取れる入力形状の三角形メッシュの数に対し、多数の四面体が生成され、オフセット形状が構成されていることがわかる。(入力メッシュ数8個、出力四面体数132360個)

4 まとめ

3次元凸形状の三角形メッシュモデルを入力とした4次元外側方向等距離オフセット形状が導出された。

今後の課題として、凸形状以外への適用のための例外処理実装、内側方向へ等距離オフセット形状導出を予定している。

[参考文献]

- [1] 乾正知著, GPU 並列処理入門, 技術評論社(2014)

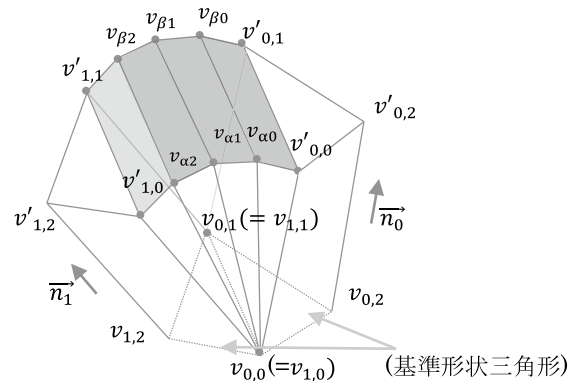


図5 三角超柱部・円筒超錐部位置相関

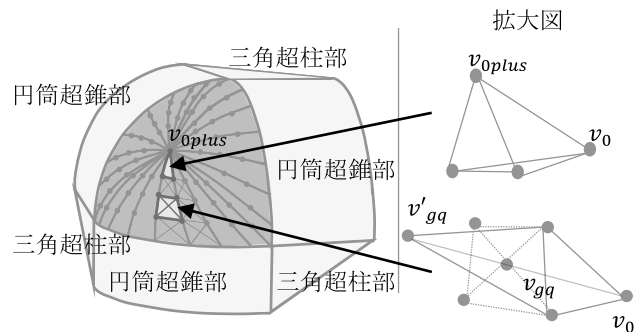


図6 球面部分生成・分割(一部)

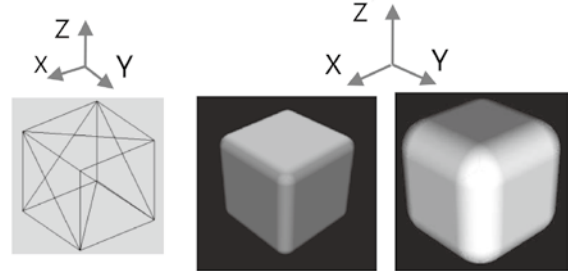


図7 立方体形状

図8 d軸超平面切断

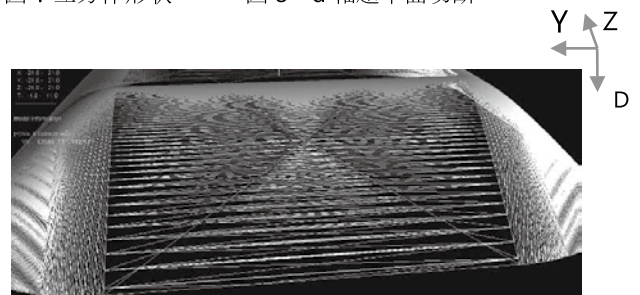


図9 x=10.2 超平面切断