確率的需要のある店舗群に対する巡回経路決定
ー 事前戦略の有効性の検証 ー

北海道科学大学 ○小林 秀，川上 敬，大江 亮介，三田村 保，木下 正博

要　　旨

TSP は組合せ最適化問題の代表として多くの研究成果が報告されているが，実世界での応用を考えた場合，各店舗に確率的需要が設定される問題が多数存在する．本報告ではこの確率的巡回セールスマン問題(PTSP)を対象とし，事前戦略を用いた最適化が如何なる設定の問題に対しても有効に働くのか検証する．

1. はじめに

組合せ最適化問題の代表例として巡回セールスマン問題(Traveling Salesman Problem: TSP)がある．TSP は計算複雑性理論で NP 困難に属する問題であり，この問題の近似解法は様々な最適化問題に応用可能なため，以前から多くの研究がなされている． 近年ではベンチマークとして 100,000 都市の Mona Lisa TSP challenge や 1,904,711 都市の World TSP challenge に対して高速な厳密解法や高精度の近似解法が報告されている．

TSP に制約条件を加えることで現実問題に近づけようとする研究も多く，複数人で全都市を分担して巡回する n-TSP や各都市への到着時刻を条件とする TSPTW(TSP with Time Window)など様々な応用がなされている．

本研究ではこの TSP の応用として，対象となる各店舗（各都市）に確率的な訪問要求が設定されるような確率的巡回セールスマン問題(Probabilistic Traveling Salesman Problem: PTSP)を対象とする．PTSP は全店舗に訪問確率を設定し，確率的に選択された店舗群により生成される TSP インスタンスを解き，起こり得る全てのパターンにおける TSP の最適解の期待値を求めるものである．

具体的な想定としては，顧客である多数店舗の設備メンテナンスを請け負う企業をイメージし，各店舗のメンテナンス要求は過去の履歴から確率的に発生するものとする．このメンテナンスには機械設備の修理や照明設備の交換，空調設備の点検・修理，清掃など多くのケースが想定できる．特に，地域や全国に多数のチェーン店舗を抱える大型量販店では，突発的に発生する小口メンテナンス要求に自店舗内で逐一対応することは容易ではなく，発注や手配に時間がかかってしまうため，このようなメンテナンスを全チェーン店舗一括で請け負うビジネスモデルが注目されている．このビジネスモデルでは確率的に発生するメンテナンス要求に対して，適切な巡回ルートの導出や一日当たりの移動量の期待値見積もりなどから，どのような体制であれば対応できるのかを見極めることが重要であるため，PTSP として問題を定式化し，数理的に解を求めることを目的とする．

本報告ではこの PTSP に対し，事前戦略を用いた局所クラスタリング組織化法を適用し，確率分布の異なる複数の問題に対する有効性の検証と考察を行う．

2. 確率的巡回セールスマン問題

2.1 定義と厳密解法

本研究では TSP に確率的要素を付加した PTSP を扱う．PTSP では，各都市の訪問確率から訪問すべき部分都市集合が確率的に算出される．この部分都市集合で定義される TSP をインスタンスと呼び，全インスタンスの発生確率とそのインスタンスに対する最短巡回路長の積の総和から導出される巡回路長の期待値が PTSP の解となる．

PTSP の期待値 E は次の式(1)によって求まる．

$$E = \sum_{S \subseteq V} p(S) L(S) \tag{1}$$

ここでVは全ての都市集合，SはVの部分集合である PTSP のインスタンスを示す．$p(S)$はインスタンスSの発生確率，$L(S)$は最短巡回経路長である．1 つの PTSP に対して，含まれる全インスタンスの$p(S)$，$L(S)$を求めることで発生するインスタンスの経路長の期待値が算出できる．

2.2 事前戦略

しかし，厳密解法には以下の問題点が伴う．

1) 都市数をnとしたとき，解くべきインスタンスの総数は2^n個となり，指数オーダーとなる．
2) それぞれのインスタンスは 1 つの TSP を解くことになり，厳密解を求めるのは非常に困難である．

上記 2 つの理由より，PTSP の解である期待値は厳密解ではなく，上界値や下界値を用いて近似解とする方法がとられる．先行研究[1]では期待値の上界を求める方法として事前戦略を用いており，本研究でも事前戦略を用いる．

事前戦略とは，PTSP における全都市を対象とするインスタンスの巡回経路を事前巡回順序とし，全てのインスタンスでこの順序に従って巡回する前提で期待値を求める手法である．この方法により求められた解である期待値は，少なくとも厳密解の上界値となる．この上界値は次の式(2)で表すことができる．

$$E = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=i+1}^{n} d_{ij} p_i p_j \prod_{k=i+1}^{j-1} (1-p_k) + \sum_{j-1}^{n} \sum_{i=1}^{n} d_{ji} p_i p_j \prod_{k=j+1}^{n} (1-p_k) \prod_{k=1}^{i-1} (1-p_k) \tag{2}$$

ここで添字i,jは事前巡回順序に並んだ都市番号($1 \leq i \leq j \leq n$)を表し，d_{ij}は都市i,j間の距離(コスト)を表す．コストは都市i,j双方が発生し，かつ事前巡回順序上で都市i,j間に都市が 1 つも発生しない時にのみ，コストの期待値が算入される．都市i,jがともに発生する確率は$p_i p_j$，その間の都市が 1 つも発生しない確率は$\prod_{k=i+1}^{j-1}(1-p_k)$となる．また巡回路を生成するため，式(2)の第 2 項により都市jからiまでに発生する全都市のコストの期待値を算入する．また，式(2)の計算量は$O(n^3)$となる．

3. 局所クラスタリング組織化法

上述の通り厳密解法では現実的な時間で PTSP を解くことはできない．そこで PTSP を評価関数が事前戦略に置き換わった TSP として扱い，上界の最小化問題へと落とし込み最適化を行う．

本報告の検証実験では最適化に局所クラスタリング組織化法（Local Clustering Organization: LCO）を用いる．LCO は古川ら[3]によって提案された大規模な組合せ最適化問題を高速に解くためのアルゴリズムである．

ランダムに選択した都市の半径r以内の周辺都市に対し，単純交換法(Simple Exchange Method: SEM)，逆位交換法(Inverse Exchange Method: IEM)，平滑法(Smoothing Method: SM)の 3 つのクラスタリング手法を任意の比率で適用することで，局所的に最適化していく手法である．SEM は指定範囲の都市に対し 1 回ずつ単純に交換する操作で，IEM は交換後に間の都市を逆順にする操作である．SM は指定範囲の組み合せ全てに IEM を行うものである．半径rは小さな値から始め，最大で全都市の半分まで少しずつ加算していくとより効率的に解を改善できるとされている．

4. 数値実験

4.1 実験条件

対象問題には TSPLIB[4]で公開されているベンチマーク問題の 1 つである eil101 をベースに作成した 7 つの PTSP を使用する．問題設定については表 1 の通りである．

表 1. 問題設定

問題番号	確率分布	パラメータ
1	べき分布	Max:1.00，Min:0.01
2	逆べき分布	1.00 - 問題1
3	正規分布	平均:0.5，分散:0.1
4	一様分布	Max:1.00，Min:0.01
5	ベータ分布	α:0.25，β:0.25
6	一律	全都市:0.01
7	一律 ＋1	1都市のみ:1.00

LCO のパラメータは，クラスタリング手法の比率を 3:3:1 に設定し，半径rは 2 から始め，40step 毎に 1 ずつ増やした．step 数は 5000 とした．

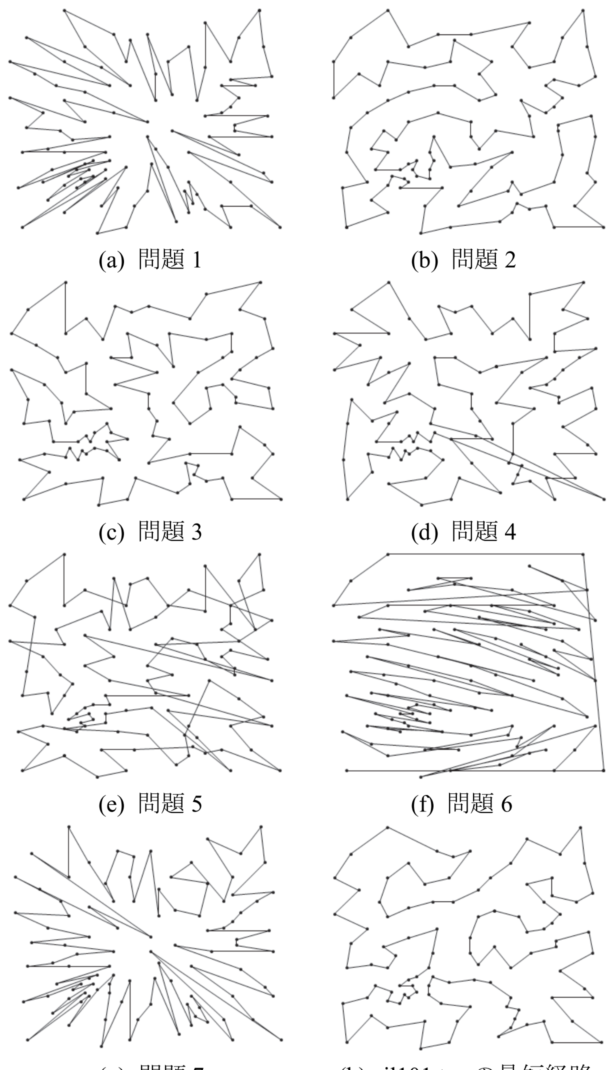
4.2 実験結果と考察

問題 1，6，7 の事前巡回順序は一見非効率的であるが，殆ど都市が発生しないような問題であることから放射状の事前巡回順序は円形に近い経路を生成しやすく，事前戦略が有効に働く問題の典型である．一方問題 2 は殆どの都市が常に発生するため TSP の解の様な形となる．問題 3 も問題 2 と似ているが，全体の確率の分散が少なく，平均がある程度以上だとこの傾向が現れると考えられる．

問題 4, 5 には明らかに非効率的なエッジが存在するが，周囲と比べて著しく発生確率の低い都市が繋がってしまった場合に発生することがわかった．該当都市の発生確率が他と比べて著しく低くその経路が生成される可能性が極めて低い事から期待値への影響がほぼないために許容されているが，これを改善するにはエッジを移動(2 都市を 1 度に移動)しなければならない．

5. おわりに

本報告では PTSP に対する事前戦略を用いた LCO の有効性について検証した．一部の条件を満たすと問題のある事前巡回順序が発生するため，最適化手法を見直す必要がある．



(a) 問題 1　(b) 問題 2　(c) 問題 3　(d) 問題 4　(e) 問題 5　(f) 問題 6　(g) 問題 7　(h) eil101.tsp の最短経路

図 1. 収束時の事前巡回順序と TSP としての最短経路

表 2. 収束時の期待値と計算コスト

問題番号	時間(秒)	評価回数	期待値
1	16.715	53,646	150.465
2	29.466	92,180	673.96
3	30.435	97,694	495.685
4	262.34	542,058	469.903
5	110.27	353,988	485.764
6	28.946	90,660	0.475183
7	48.326	154,332	5.58378

※Intel Core i7-4770K 4.00GHz (OC)

参考文献

[1] 小林秀，川上敬，大江亮介: 確率的需要のある店舗群に対する最適拠点配置に関する研究，ROBOMEC2016, 2016.

[2] 久保幹雄，春日井博: 確率的巡回セールスマン問題と施設配置問題，日本経営工学会誌 vol45 No.4，pp.299-307，1994.

[3] 古川正志，他: メタヒューリスティクスとナチュラルコンピューティング，コロナ社，2012.

[4] TSPLIB: http://comopt.ifi.uni-heidelberg.de /software/ TSPLIB95/