

# 順序付き組み合わせ問題の最適化手法の比較・検討

○谷口雄太(北見工業大学), 渡辺美知子(北見工業大学),

鈴木育男(北見工業大学), 岩館健司(北見工業大学), 古川正志(北海道情報大学)

## 要旨

順序付き組み合わせ問題として巡回セールスマン問題 (Traveling Salesman Problem, TSP) がある. この TSP は, 複数都市とその都市間のコストが与えられた場合にコストを最小になるような経路を見つけ出す問題であり, NP 困難な問題としても知られている. TSP の最適化手法の解法としては, 遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm, GA), 局所クラスタリング組織化法 (Local Clustering Organization, LCO) などがある. 本研究では, これらの最適化手法を適用し, 数値計算実験より提案手法の有効性を検証する.

## 1. はじめに

組み合わせ最適化問題は, ナップザック問題, スケジューリング問題, トラック配送計画問題, 施設配置問題など様々な問題がある.

本研究では, 複数都市とその都市間のコストが与えられた場合にコストを最小になるような経路を見つけ出す巡回セールスマン問題 (Traveling Salesman Problem, TSP) を取り扱う. この組み合わせ問題の解法には, 最良解や最適解を求める手法として, Holland が提案した遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm, GA), 古川らが開発した<sup>1)</sup>局所クラスタリング組織化法 (Local Clustering Organization, LCO), 自己組織化マップ (Self-Organizing Maps, SOM) などの最適化手法がある. 本報告では, TSP に GA と LCO を適用して最適化を試み, 数値計算実験より提案手法の有効性を検証する.

## 2. 巡回セールスマン問題 (TSP)

巡回セールスマン問題 (TSP) とは, 巡回する都市が複数配置されて, この都市間にコスト (距離・時間など) が与えられている. あるセールスマンの行動は, ある都市から出発して全ての都市を巡回して出発都市まで戻る一筆書きの経路となる. この巡回経路は, 都市が多くなると膨大な組み合わせ経路となり, 総当たりで解を求める事が難しい問題である.

## 3. 遺伝的アルゴリズム (GA)

遺伝的アルゴリズム (GA) は, 自然界における生物の進化のメカニズムを模倣した手法である. GA は, 環境への適応度の高い個体が次世代により多くの個体が生き残り, 交叉 (crossover) や突然変異 (mutation), 逆位 (inverse) などの遺伝オペレータを用いて次世代の個体群を形成する.

TSP の都市の訪問順序を解とする問題では, 単純に順列を染色体として用いて染色体の一部を入れ替えるという交叉を用いた場合に, 染色体が順列を正確に表示しなくなる欠点がある. このような問題を GA で解く場合は, 遺伝子型から表現型 (phenotype) へ, 表現型から遺伝子型 (genotype) へと変換する作業が必要になってくる. 筆者らは, 渡辺ら<sup>2)</sup>が開発した順序表現による GA を用いる. 以下に, この順序表現による GA の解生成と GA を適用した  $N$  都市の TSP のアルゴリズムを図解で示す.

[順序表現による解の生成]

1. 遺伝子は, 以下の初期リストを基に生成する.

番号	0	1	2	3	4
都市	A	B	C	D	E

2. 0~4 までの乱数を発生する.
3. 初期遺伝子の 0 番目に遺伝子の 2 と巡回都市の C を格納し, この初期遺伝子を左へ詰める.  
例) 乱数 2 が発生した場合.

番号	0	1	2	3	4
都市	A	B	C	D	E

 → 

遺伝子	2				
巡回都市	C				

4. 次に乱数 0 から 3 で乱数を発生し, 新しい遺伝子の 1 番目に遺伝子の 0 と巡回都市の C を格納し, 初期遺伝子を左へ詰める.

番号	0	1	2	3
都市	A	B	D	E

 → 

遺伝子	2	0			
巡回都市	C	A			

5. この手順を繰り返して順序表現による遺伝子を生成する.

遺伝子	2	0	2	0	0
巡回都市	C	A	E	B	D

[アルゴリズム]

- (1) 多重遺伝子を用いて  $N$  個の都市をランダムに一周する初期個体を生成する.
- (2) 巡回する都市間のコスト (総距離) を評価値として, ソーティングする.
- (3) 評価値が一番高い個体を残し (エリート保存), 二番目から最終個体までに交叉, 突然変異, 逆位の遺伝オペレータを適用する.
- (4) 更にソーティングを行い, 適応度により個体を生成する. しかし, 本研究では, 個体のコストが高い上位 8 割を残し, 下位 2 割を死滅させ, 下位 2 割に上位 2 割を複製して個体を生成する.
- (5) 終了条件を満たせば終了する. それ以外は (3) に戻り手順を繰り返す.

#### 4. 局所クラスタリング組織化法 (LCO)

局所クラスタリング組織化法 (LCO) とは、リカッチ学習方程式に基づき、局所最適化をランダムに繰り返すことにより最適化を行う手法である。LCO を適用した  $N$  都市の TSP は、以下のアルゴリズムとなる。

[アルゴリズム]

- (1) GA と同様に多重遺伝子を用いて  $N$  個の都市をランダムに一周する経路をニューロンとして生成する。
- (2) この解の中でランダムに都市  $c$  を選択し、この  $c$  を中心に左右の近傍範囲  $r$  を設定する。
- (3) 都市  $c$  の両近傍  $c-r$  から  $c+r$  までの経路をクラスタリング手法により最適化する。
- (4) 終了条件を満たせば終了する。それ以外は (2) に戻り手順を繰り返す。

この LCO におけるクラスタリング手法としては、単純交換法 (Simple Exchange Method, SEM), 逆位交換法 (Inverse Exchange Method, IEM), 平滑法 (Smoothing Method, SM) の 3 種類の手法を用いている。

以下に、それぞれの手法について述べる。

##### 4.1 単純交換法 (SEM)

交換の中心  $c$  をランダムに選択する。  $c$  から左右に  $r$  個のニューロンを  $c$  から近い順に交換していく。ここでの交換の範囲  $r$  はあらかじめ決定した値を用いる。交換のたびに交換前と交換後の評価値を比べ、評価値が改善されていた場合は交換を成立させ、そうでない場合は、交換を元に戻すという作業を繰り返す。

##### 4.2 逆位交換法 (IEM)

SEM と同様に交換の中心  $c$  をランダムに選択する。  $c$  を中心に  $c+1$  と  $c-1$ , ...,  $c+1+j$  と  $c-1-j$  というように交換の範囲  $r$  内でそれぞれを交換していく手法である。SEM と同様に交換のたびに評価値を比較して操作を繰り返す。

##### 4.3 平滑法 (SM)

SEM, IEM と同様に交換の中心  $c$  をランダムに選択する。平滑法は、 $c-r$  から  $c+r$  までを順番に全て交換して評価値の向上を図る。つまり、SEM を交換範囲  $r$  内で総当たりに行う方法である。また、SEM, IEM と同様に交換のたびに評価値を比較して操作を繰り返す。

#### 5. 数値計算実験

数値計算実験では、まず初めに視覚的に最適解がわかるように円周上に都市を均等に配置し、GA と LCO を用いて最適化を試みた。

今回の実験では、都市数を 20 都市と 50 都市として比較を行った。20 都市の場合は、GA は 200 世代、LCO は 200 ステップとした。また、50 都市の場合は、GA は 300 世代、LCO は 300 ステップとした。GA と LCO の実験条件は以下である。

[GA の実験条件]

個体数 : 50, 交叉率 : 0.6, 突然変異率 : 0.1,  
逆位率 : 0.4, 淘汰率 : 0.2

[LCO の実験条件]

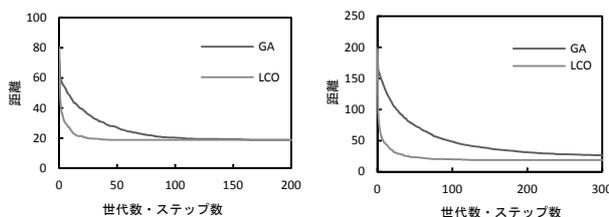
1 ステップごとに以下の比率で操作を行う。

SEM : 2, IEM : 2, SM : 1

今回の実験において、交換の範囲  $r$  は 20 都市では 4, 50 都市では 14 とした。

次の図 1 と図 2 は、それぞれ巡回都市を 20, 50 とした時の GA と LCO の収束状況を示したグラフである。ここで、横軸は GA の世代数と LCO のステップ数を示し、縦軸は距離の平均コストを示している。

また、表 1 は円周上に配置した 20 都市と 50 都市における 20 回の平均の GA と LCO の最短距離とその値が求めた世代またはステップを表したものである。



(a) 円周上の 20 都市 (b) 円周上の 50 都市

図 1 GA, LCO の収束状況

表 1 最短距離と世代・ステップの比較

手法	20 都市		50 都市	
	GA	LCO	GA	LCO
最短距離	18.77214	18.77214	26.51406	18.83716
世代数	165		300	
ステップ数		43		124

図 1 と図 2 のグラフと表 1 からは、20 都市と 50 都市のどちらの場合においても早い段階で LCO のほうが GA よりもコストが良い結果が得られた。

GA による解法は経験から 50 都市ぐらいが限界だと思われるが、LCO による解法は数千~数十万都市まで求めることが可能である。

#### 6. おわりに

本研究では、進化・学習による最適化問題への応用として TSP 問題を取り扱い、順序表現による GA と LCO を用いて数値計算実験を行った。その結果、以下のことが得られた。

- (1) LCO の解法は、GA より早い段階から優れた結果が得られた。
- (2) LCO は、大規模組み合わせ問題に適していることが分かった。

今後の課題としては、LCO を用いた際の計算時間短縮や解の正確性の改善などが挙げられる。それらの改善後に SOM を用いて最適化手法の比較・検討を行い、更に難易度が高い都市問題への適用を予定している。

参考文献

- 1) 古川正志, 川上敬, 渡辺美知子, 木下正博, 山本雅人, 鈴木育男, “メタヒューリスティクスとナチュラルコンピューティング”, コロナ社, 2012
- 2) 古川正志, 渡辺美知子, 松村有祐, 局所クラスタリング組織化法による TSP の解法, 日本機械学会論文集(C編), 71 巻, 711 号, pp3189-3195,2005