

# 逐次三点法による平面形状測定におけるスティッチング方法について 基礎検討

大阪電気通信大学大学院 ○山田峻也 大阪電気通信大学 宇田豊

## 要 旨

近年,天体望遠鏡の反射鏡のような大型部品の曲面形状を $0.1\mu\text{m}$ 以下の精度での測定が求められている.一般的に光の干渉計を用いることが多いが,凸面での測定は光が拡散し大型装置が必要になり困難である.そこで,形状と運動誤差を分離できる逐次三点法が適していると考えられる.本研究は,逐次三点法を二次元に展開し,平面形状測定をする.そのデータをスティッチングする必要がある.それをシミュレーションにより基礎検討した.

## 1. 緒 言

近年,天体望遠鏡の反射鏡をはじめとした $1\text{m}$ 台の曲面をもつ大型部品の形状を, $0.1\mu\text{m}$ 以下の精度での測定が求められている.このような形状には,一般的に光の干渉計を用いることが多い.しかし,凹面では有効な測定手段であるが,凸面での測定は光が拡散し大型装置が必要になり困難である.その解決策として,安易に形状と運動誤差を分離できる逐次三点法がある.逐次三点法は真直度の測定は有効であることを確認できている.本研究は,逐次三点法を二次元に展開し,平面形状測定をする.測定データは格子状に出力される.この格子状のデータをスティッチングする必要がある.そのスティッチング方法を提案し,スティッチングする際の問題点をシミュレーションにより検討する.

## 2. 逐次三点法

### 2.1 一次元逐次三点法

図1の①のように3つの変位計を等間隔で配置した測定ヘッドをその間隔ごとに逐次測定する.変位計出力 $S_F, S_C, S_R$ を二階差分することによって,走査時の並進運動誤差と回転運動誤差を除去した形状を式(1)のように漸化式で表せられる.しかし,変位計の零点が一直線上になければ測定点数に比例した二次成分の誤差 $\alpha$ が出力される.形状算出値に二次成分を加味した式(2)になる.角度検出器で $x_0$ と $x_n$ 間の角度差を実測すれば,零点誤差補正ができる.

$$g(x_n) = G_0 + n\Delta G_0 + \sum_{i=1}^n (n-i) \{ \Delta S_F(x_i) - \Delta S_R(x_i) \} \quad (1)$$

$$f(x_n) = g(x_n) + \frac{n(n-1)\alpha}{2} \quad (2)$$

### 2.2 二次元逐次三点法

図1に平面形状測定における逐次三点法の原理図を示す.5つの変位計を直角に配置する.①はX方向の正面図,②は

Y方向の側面図である.両方向の表面形状測定を行う際にX方向とY方向の回転運動誤差,高さ方向の並進運動誤差が生じる.各変位計の出力 $S_{Fx}, S_{Cx}, S_{Ro}, S_{Cy}, S_{Fy}$ は下記の式になる.式(3)~(5)からX方向の形状,式(5)~(7)からY方向の形状を二階差分することで求めることができる.各変位計間隔 $d$ ,並進運動誤差 $e_z$ ,X方向,Y方向の回転運動誤差を $e_{\theta_x}, e_{\theta_y}$ とする.

$$S_{Fx}(x_i, y_j) = g_x(x_{i+1}, y_j) + e_z(x_i, y_j) + de_{\theta_x}(x_i, y_j) - de_{\theta_y}(x_i, y_j) \quad (3)$$

$$S_{Cx}(x_i, y_j) = g_x(x_i, y_j) + e_z(x_i, y_j) - de_{\theta_y}(x_i, y_j) \quad (4)$$

$$S_{Ro}(x_i, y_j) = g_o(x_{i-1}, y_j) + e_z(x_i, y_j) - de_{\theta_x}(x_i, y_j) - de_{\theta_y}(x_i, y_j) \quad (5)$$

$$S_{Cy}(x_i, y_j) = g_y(x_i, y_j) + e_z(x_i, y_j) - de_{\theta_x}(x_i, y_j) \quad (6)$$

$$S_{Fy}(x_i, y_j) = g_y(x_{i+1}, y_j) + e_z(x_i, y_j) + de_{\theta_y}(x_i, y_j) - de_{\theta_x}(x_i, y_j) \quad (7)$$

初期値を与えれば,式(8)と(9)のようにX方向とY方向の二つの処理形状が格子状に求められる.しかし,両方向に異なった零点誤差があり,式(8)の右辺に $\alpha$ ,式(9)の右辺に $\beta$ が加わり,二方向の形状には零点誤差の二次成分が加わる.

$$g_x(x_n, y_j) = G_{0x} + n\Delta G_{0x} + \sum_{i=1}^n (n-i) \{ \Delta S_{Fx}(x_i, y_j) - \Delta S_{Ro}(x_i, y_j) \} + \frac{n(n-1)\alpha}{2} \quad (8)$$

$$g_y(x_n, y_j) = G_{0y} + n\Delta G_{0y} + \sum_{i=1}^n (n-i) \{ \Delta S_{Fy}(x_i, y_j) - \Delta S_{Ro}(x_i, y_j) \} + \frac{n(n-1)\beta}{2} \quad (9)$$

### 2.3 零点誤差補正法

X方向,Y方向の回転運動誤差を,式(3)~(5)と式(5)~(7)の出力式をそれぞれ差分することにより求める.式(10), (11)となる.各々の式を利用して, $x_0$ と $x_n$ 間の角度差を求める.この算出した角度差と角度検出器で実測した $x_0$ と $x_n$ 間の角度差との差 $\Delta de_{\theta_x2}, \Delta de_{\theta_y2}$ により,各々の零点誤差 $\alpha, \beta$

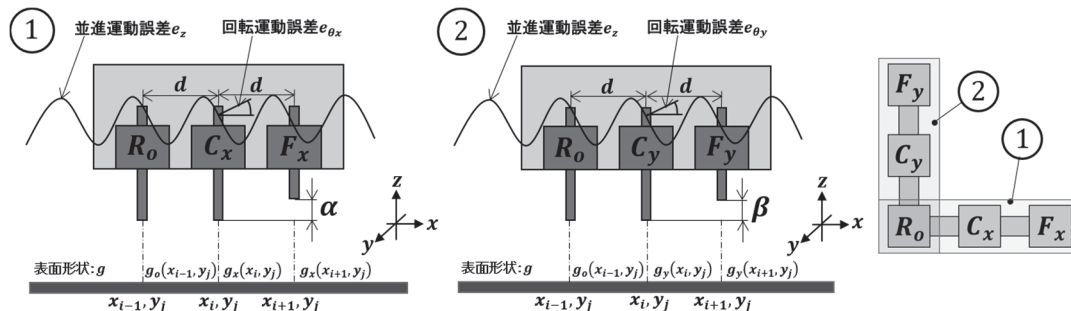


図 1 平面形状測定における逐次三点法の原理図

を式(12), (13)で求めることができる.

$$de_{\theta x}(x_i, y_j) = [S_{Fx}(x_i, y_j) - S_{Cx}(x_i, y_j)] - g_x(x_{i+1}, y_j) + g_x(x_i, y_j) + (i-1)\alpha \quad (10)$$

$$de_{\theta y}(x_i, y_j) = [S_{Fy}(x_i, y_j) - S_{Cy}(x_i, y_j)] - g_y(x_{i+1}, y_j) + g_y(x_i, y_j) + (i-1)\beta \quad (11)$$

$$\alpha = [\Delta de_{\theta x}(x_n, y_j) - \Delta de_{\theta x2}(x_n, y_j)]/n \quad (12)$$

$$\beta = [\Delta de_{\theta y}(x_n, y_j) - \Delta de_{\theta y2}(x_n, y_j)]/n \quad (13)$$

### 3. スティッチング方法

零点誤差を補正した格子状に重なる X 方向, Y 方向の二つのデータには, 形状算出時に与えた初期値  $G_0$  が未知数  $n\Delta G_0$  として測定点数に比例した直線の成分で加わり, 個々に異なった傾きと厚み (上下) の直線が加わっている. これらのデータを繋ぎ合わせるために, 先ず最小二乗の近似直線を利用して未知数の除去をする. 更に, 近似平面を利用して形状全体の傾き, 上下修正をする. しかし, 個々の測定データには測定誤差が含まれているため, 荷重平均を用いて合成する.

#### 3.1 近似直線

二つのデータに加わった未知数の直線を式 (14) に示す. 式(14)は式(15)を偏微分することによって求められる. よって, 一次成分を除去することができる.

$$y_i = ax_i + b \quad (14)$$

$$E_i = \sum_i^n (ax_i + b - y_i)^2 \quad (15)$$

#### 3.2 近似平面

平面形状の最小平面を, 式 (16) に示す. 式(16)は式(17)を偏微分することによって求められる. よって, n 行 m 列の近似平面ができる. これを利用して, 形状全体の傾き, 上下修正をする.

$$z_{ij} = ax_i + by_j + c \quad (16)$$

$$E_{ij} = \sum_i^n \sum_j^m (ax_i + by_j + c - z_{ij})^2 \quad (17)$$

#### 3.3 荷重平均

傾き, 上下修正した二つのデータを距離, 基準値 (平均値) からの偏差を重みとする. 重みは絶対値で扱う. 下記の式 (18) のように重心を求める. これが荷重平均値であり, 二つのデータを一つのデータに合成できる. 荷重平均値  $G_a$ , X 方向, Y 方向の偏差  $w_1, w_2$ , 傾き, 上下修正した X 方向, Y 方向の形状値  $G_x, G_y$  とする.

$$G_a = (G_x * |w_1| + G_y * |w_2|) / (|w_1| + |w_2|) \quad (18)$$

### 4. シミュレーション結果

図 2 のように理想形状を式 (19) の正弦波で作成し, 形状算出とスティッチングのシミュレーションを行う. シミュレーションの条件値は変位計間隔を  $10[\text{mm}]$ , 被測定面の X 方向と Y 方向の波長を  $500[\text{mm}]$ , 振幅を  $1[\mu\text{m}]$  とする. 零点誤差  $\alpha, \beta$  のそれぞれを  $0.1[\mu\text{m}]$  とする. 運動誤差は乱数を与える.

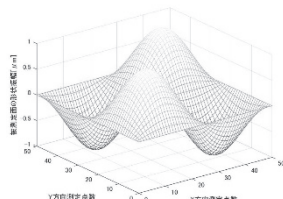


図 2 理想形状

はじめに, スティッチング方法として提案した最小二乗に被測定面の周波数がどのように影響するかを確認した結果を図 3 に示す. 横軸を周波数, 縦軸を相対係数で表している. ここでは, 相対係数を理想形状との合致率としてみる. 図から周波数が高くなるほど理想値に収束していくことが確

認できる. 次に相対係数が最小, 最大のときの理想値との差を図 4, 図 5 に示す. 図 4 はうねった大きな誤差, 図 5 は連続した零点誤差の二次成分が確認できる. 零点誤差の算出誤差は設定値に対して  $0.0003[\mu\text{m}]$  であり, 最大  $0.3675[\mu\text{m}]$  の誤差が生じることになる.

$$f(x, y) = \sin(x) * \sin(y) \quad (19)$$

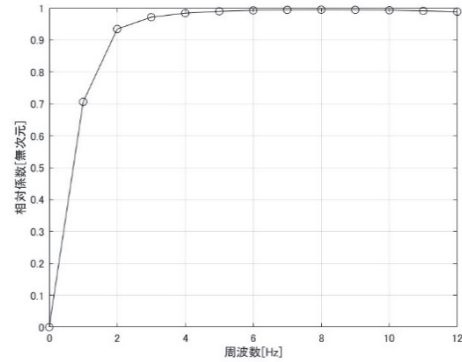


図 3 周波数 [Hz] の影響

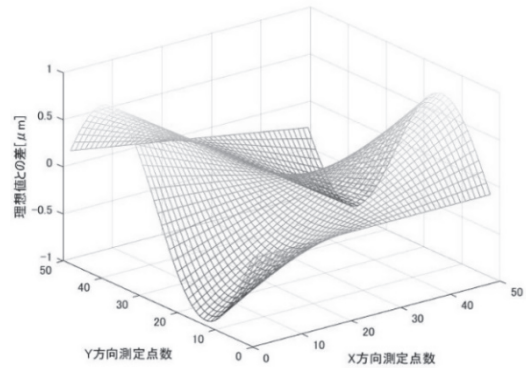


図 4 理想値との差 (1Hz)

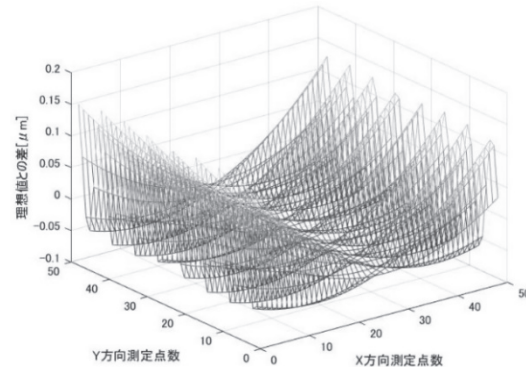


図 5 理想値との差 (8Hz)

### 5. 結言

シミュレーションにより, 理論通りに運動誤差と形状の分離, 零点誤差補正ができていないことを確認した. 次に理論通りのスティッチングができていないことを確認した. 提案したスティッチング方法は被測定面の周波数が高いほど有効なことを確認したが, 周波数が低いと最小二乗の外れ値に弱いという欠点が結果に表れた. 更に未知数の零点誤差の抽出への影響も確認でき, 測定方法の改善が必要である.

### 参考文献

- 1) 玉川 智之, 他: 逐次 3 点法による大型曲面の形状測定法, 精密工学誌, (2016).