

# 4次元メッシュモデルに対する3次元テクスチャマッピング

北海道大学 大学院情報科学院 ○矢吹 悠河, 小野里 雅彦, 田中 文基

## 要旨

4次元メッシュモデルは物体の形状や位置、姿勢の時間変化を記述可能なモデルである。本研究では物体の幾何学的属性に加えて、物体表面の色や模様といった非幾何学的属性の時間変化の記述を目的として、4次元メッシュモデルに対する3次元テクスチャマッピングの手法を提案する。本手法ではモデル表面を構成する4面体の頂点の属性値を、超面積による重心座標を用いて内挿することでマッピングを行う。またマッピングの例として、4次元超球面と同相なモデルを用いたマッピング手法の実装を行った。

## 1 はじめに

当研究室では連続な時空間領域形状の境界表現として、4次元メッシュモデルの研究を行ってきた。このモデルは3次元形状の連続的な時間変化を、単一の4次元形状として静的に表現できる。しかし、実世界の対象記述に求められる色、温度、弾性といった非幾何学的属性は、これまでの4次元メッシュモデルでは、記述できていなかった。

本研究では記述対象の時間変化する表面属性を3次元テクスチャとして表現し、それを4次元メッシュモデルにマッピングする手法を提案する。また4次元超球面とトポロジー同相なモデルに対するマッピング手法を実装した。これにより、4次元メッシュモデルに非幾何学的属性の時間変化を付与し、時間軸に沿った解析などを容易にすることが期待される。本報告では4次元メッシュモデルの概要とテクスチャマッピングの考え方を述べた後に、4次元メッシュモデル表面を表す4面体内部のテクスチャ座標の補間手法と、4次元超球面とトポロジー同相なモデルを用いたマッピング手法の実装について述べる。

## 2 4次元メッシュモデル

本研究で対象とする4次元メッシュモデルとは、4次元空間の形状の境界を4面体状の胞の集合で表現するモデルである。4次元メッシュモデルにより、時間変化する動的な3次元形状の履歴を、静的な4次元形状として記述できる。4次元メッシュモデルを超平面により切断して得られた3次元の断面形状の例を図1に示す。これはモデルを構成する4面体集合のうち、指定の超平面と交差する4面体の切断面を繋ぎ合わせたものである。切断面は3次元空間中の1つもしくは2つの三角形であり、3次元の三角形メッシュモデルとなる。従って指定する超平面が変化すると、得られる断面の3次元形状も変化する。

## 3 4次元モデルに対する3次元テクスチャ

3次元メッシュモデルに対し、その表面の模様、光沢、凹凸といった質感を表現するために、2次元テクスチャを形状表面にマッピングすることが広く用いられている。この考え方の次元を拡張し、4次元メッシュモデルに対する3次元テクスチャのマッピングを考える。この3次元テクスチャは物体表面の質感や温度などの表面属性と、その時間変化をパターン化したものである。4次元メッシュモデルにおいては、球体が空間中に静止

する場合と、中心を通る軸周りに回転する場合は、同一の4次元メッシュモデルとなる。3次元テクスチャを4次元モデルにマッピングすることで、これらの区別が可能となり、また同一質点の運動軌跡や球面での雲の変化を明示的に記述可能となる。

## 4 4面体内部へのテクスチャ座標の補間

次に、4面体内部の点に対するテクスチャ座標の補間手法について述べる。4次元メッシュモデルが存在する空間を  $xyzw$  空間 ( $\subset \mathbb{E}^4$ )、3次元テクスチャが定義される空間を  $str$  空間 ( $\subset \mathbb{E}^3$ ) とする。メッシュを構成する4面体の各頂点にテクスチャ座標が与えられたとき、4面体内部の任意の点のテクスチャ座標を、4面体の超面積を用いた重心座標より以下のように求める。4面体内部の任意の点  $\vec{p}_k$  に対する重心座標  $(V_{k,0}, V_{k,1}, V_{k,2}, V_{k,3})$  と、4面体の各頂点に与えられたテクスチャ座標  $\vec{u}_0, \vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3$  を用いると、 $\vec{p}_k$  に対応するテクスチャ座標  $\vec{u}_k$  は

$$\vec{u}_k = V_{k,0}\vec{u}_0 + V_{k,1}\vec{u}_1 + V_{k,2}\vec{u}_2 + V_{k,3}\vec{u}_3 \quad (1)$$

により求まる。ここでの重心座標は図2に示す記号を用いて

$$V_{k,i} := S_i/S \quad (i = 0, 1, 2, 3) \quad (2)$$

と定義する。

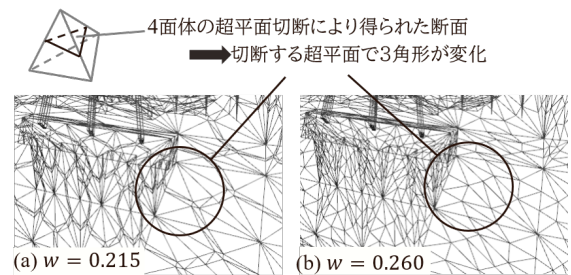


図1: 4次元メッシュモデルを  $w$  定値超平面で切断した様子

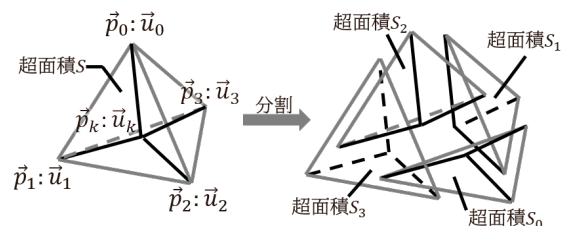


図2: 4面体の内部の点と、分割4面体の超面積

次に、このようにテクスチャ座標と対応付けられた4次元メッシュモデルを超平面との交差により3次元メッシュモデルを抽出した場合、表面各点でのテクスチャ座標を考える。今、図3のように4面体がある内部の点  $\vec{p}_k$  を通る超平面で切断され、断面形状として3角形が得られたとする。このときに3角形の各頂点のテクスチャ座標は、4面体の各頂点のテクスチャ座標と辺交点の内分比  $t_i$  ( $i = 0, 1, 2$ ) により計算できる。3角形の各頂点のテクスチャ座標と、点  $\vec{p}_k$  に対する3角形における面積座標から、点  $\vec{p}_k$  のテクスチャ座標は図3の記号を用いて

$$\vec{u}_k = \frac{1}{A} \sum_{i=0}^2 (1-t_i) A_i \vec{u}_i + \frac{\vec{u}_3}{A} \sum_{i=0}^2 t_i A_i \quad (3)$$

と定義できる断面形状が4角形の場合には、2分割して点を含む3角形の面積座標により同様にテクスチャ座標が計算でき、その値は3角形分割の仕方に依らない [1]。これにより、既存のグラフィクスAPIを用いて4次元メッシュモデルの超平面切断に対するテクスチャの走査を、通常の3次元の処理フローで行うことが可能である。

## 5 超球面投影マッピングの実装

最後に、超球面と同相なモデルを用いて、超球面マッピング手法の提案と実装について述べる。まず、正16胞体を5回再分割して得られた超球面の4次元メッシュモデルを、更に変形させたモデルを作成した。正16胞体は正4面体状の胞から構成されており、1個の4面体から4個の4面体と1個の8面体に分割し(図4)、更に8面体を4個の4面体に分割することで、モデルの細分を行った。得られた超球面の各頂点の  $w$  座標を全て1.5倍し、さらに4つの超平面  $y = -10, y = 40, z = -20, z = 30$  により、超球面を押し潰すようにして変形させた。この変形により得られたモデルは、超球面とトポロジー同相で凸な図形である。

このモデルを用いて、超球面投影マッピングを実装する。超球面投影マッピングとは3次元メッシュモデルに対する球面投影マッピングの拡張である。各モデルの頂点を超球面上に投影し、それらの球面座標を、対応頂点のテクスチャ座標として与える。本報告において、モデルへのマッピングで使用した3次元テクスチャを図5に示す。このテクスチャの水玉模様の円の中心位置は、 $r$  の値によって変化する。また、このテクスチャを  $rs$  平面に平行な面で切断すると直線状の模様が見れる。図6にテクスチャをマッピングしたモデルの超平面切断の結果を示す。これより、モデルの切断断面に模様が付与されていることが分かる。

## 6 まとめ

4次元メッシュを構成する4面体内部のテクスチャ座標の補間手法の提案と、超球面投影マッピングの提案及び実装を行った。これにより、4次元メッシュモデルに3次元テクスチャをマッピングし、非幾何学的な属性を持たせることが可能となった。今後はマッピング手法のバリエーションの拡充を目指す。また本報告では超球面とトポロジー同相で凸なモデルに対するマッピング手法の実装であった。超球面とトポロジー同相でない超トーラス面などの形状に対するマッピングなども課題として挙げられる。

## 参考文献

- [1] Yuqiu Long et al.: AREA CO-ORDINATE USED IN QUADRILATERAL ELEMENTS, Communication in Numerical Engineering 15(8), pp.533-545, 1999.

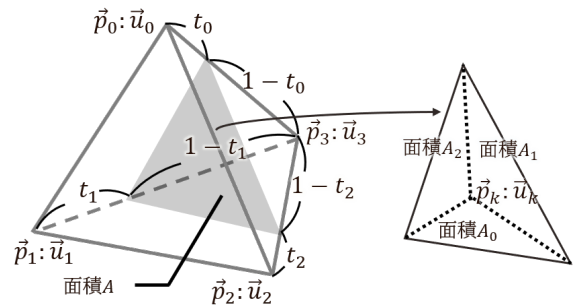


図3: 4面体内部の任意の点と、超平面切断の断面形状の面積座標との関係

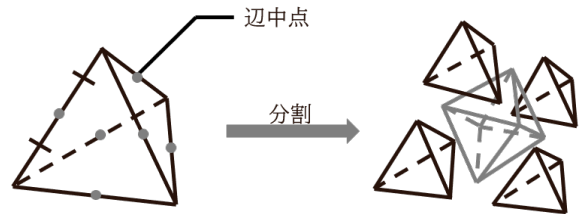


図4: 正16胞体に含まれる正4面体の細分化手法

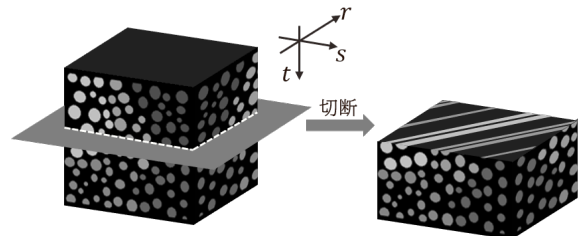


図5: マッピングに使用した3次元テクスチャ

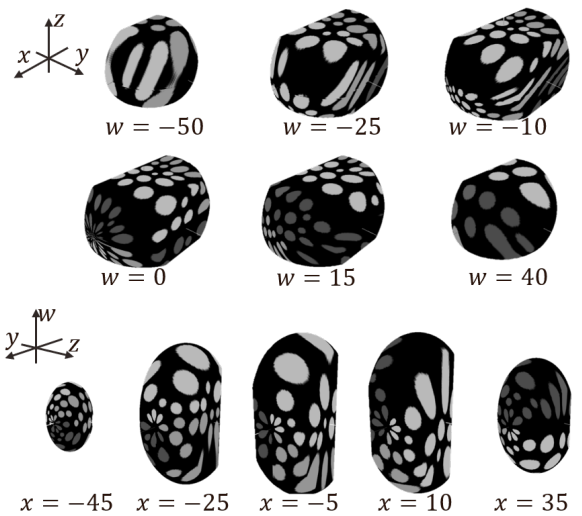


図6: マッピングされたモデルの超平面切断による表示結果