

数値計算による基板振動を用いた微小液滴輸送条件の特定

函館工業高等専門学校 ○藤原 亮

Determination of Conditions for Droplet Transportation by Substrate Vibration using Numerical Analysis

National Institute of Technology, Hakodate College Ryo FUJIWARA

Conditions for droplet transportation by substrate vibration is determined by numerical analysis. Technology for droplet transportation is demanded in measuring quantity of medicine, coating and removing printing materials, micro-manipulation by capillary force, etc. Applying substrate vibration is one of the methods for droplet transportation. To explain the mechanism, a “box model” consisting of a box and a substrate is proposed. A spring-mass-damper system is introduced in the box, and it performs as the deformation of the droplet. Interaction between the box and the substrate acts as the gripping force. Equation of motion of the box model is solved numerically by Runge-Kutta method. The result of numerical analysis indicates dependencies on angular frequency and acceleration of the substrate, and clarifies conditions for droplet transportation.

1. はじめに

任意に液滴の輸送を行う技術は、医薬品の定量、印刷におけるインクの塗布および除去、液架橋力による微小物体操作などの場面で求められている。微小液滴を輸送する方法のひとつとして、液滴を載せた基板に非対称振動を与える方法が知られている[1,2]。しかしながら、これらの研究では液滴の輸送を実験により確認しているものの、輸送条件を定量的に明らかにしたものとは言い難い。液滴のモデルとして偏微分方程式で界面形状の時間変化を表したもの[3,4]が知られている。これらは液滴の多次モードの振動も表せるが、簡素に輸送現象の本質を表せるモデルがあれば、より容易な輸送方法の設計が期待できる。

本稿では、基板振動を用いた微小液滴の輸送条件を数値計算により明らかにする。液滴振動の1次モード(Fig.1)を取り出したモデルとして、バネ-マス-ダンパを用いたモデル(Fig.2)を採用する。以下、本稿で扱う液滴のモデルを「ボックスモデル」と呼称する。陽的ルンゲクッタ法による数値計算で各要素の状態を求め、モデルの振る舞いを明らかにする。モデルの振る舞いから液滴が移動できる基板振動の振動数および加速度といった条件を特定する。

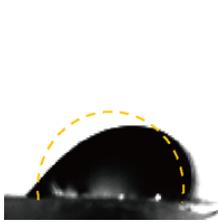


Fig.1 Deformation of droplet.

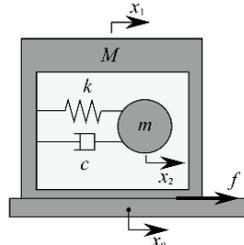


Fig.2 Model of the droplet transportation.

2. 微小液滴輸送モデルの計算

液滴のモデルとして1次元のバネ-マス-ダンパを用いた「ボックスモデル」を採用する。Fig.2にモデルの概要を示す。基板上に置かれた剛体箱の中にバネとダンパで質点が接続されている。基板、剛体箱、質点の変位をそれぞれ x_0 , x_1 , x_2 とする。剛体箱および質点に働く力から、系の運動方程式は

$$\begin{cases} m\ddot{x}_2 = -k(x_2 - x_1) - c(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) \\ M\ddot{x}_1 = +k(x_2 - x_1) + c(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + f \end{cases} \quad (1)$$

となる。剛体箱に働く保持力 f は、まず剛体箱が基板に対して動かないという仮定のもと、基板と剛体箱の位置、速度、加速度から算出する。次に算出された保持力 f と等価静止摩擦力 $(M+m)\mu g$ を比較し、保持力が小さければ式(1)に基づいて計算された値とし、

保持力が大きい際は等価静止摩擦力を剛体箱に作用させる。すなわち保持力は

$$f(\ddot{x}_0, \dot{x}_0, x_0, \dot{x}_2, x_2) = \begin{cases} M\ddot{x}_0 - k(x_2 - x_0) - c(\dot{x}_2 - \dot{x}_0) & (f < (M+m)\mu g) \\ (M+m)\mu g & (f \geq (M+m)\mu g) \end{cases} \quad (2)$$

と定式化できる。

運動方程式中にあるパラメータ、つまり質量 m および M 、ばね定数 k 、粘性抵抗係数 c 、および等価静止摩擦係数 μ は次のように求めた。質量 m および M は液滴の体積と密度の積から求め、それぞれ半分ずつ質点質量と剛体箱質量に割り振った。ばね定数 k および粘性抵抗係数 c は、実験により測定された固有角振動数 ω_n と減衰係数 ζ から

$$\begin{cases} k = m\omega_n^2 \\ c = 2m\zeta\omega_n \end{cases} \quad (3)$$

と求められる。また、固有角振動数 ω_n と減衰係数 ζ の体積依存性は、実験値とのフィッティングより

$$\omega_n \approx 10^{2.7264} \cdot V^{-0.4527} \quad (4)$$

$$\zeta \approx 10^{-0.9371} \cdot V^{-0.1121} \quad (5)$$

と近似できる。等価静止摩擦係数 μ も実験により測定され、その体積依存性は

$$\mu \approx 10^{0.8141} \cdot V^{-0.7546} \quad (6)$$

と近似できる。

モデルの式を計算するにあたり、陽的 Runge-Kutta 法のひとつである Ralston の3次法を用いて計算した。プログラミング言語は C++ を用い、主にクラスと名前空間を用いて各変数および関数の整理を行っている。シミュレーションの様子を見える化できるように、グラフィックライブラリ GLSC3D[5] を用いて可視化を行った。計算機は Mac Book Air 13inch、プロセッサはクロック周波数 1.6GHz の Intel Core i5、メモリは 4GB である。

3. 正弦波状基板振動を与えた際の液滴の振る舞い

本項では基板に左右対称な正弦波状振動を与えた際の液滴モデルの振る舞いを示す。Fig.3に示すシミュレータのスクリーンショットを確認しながらモデルの指標を抽出した。



Fig.3 Screenshot of simulator

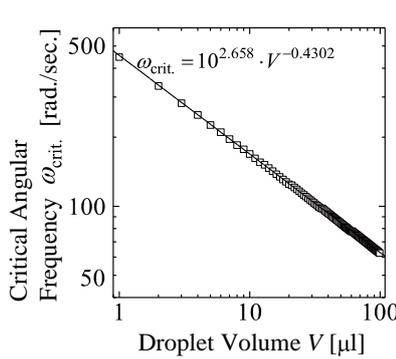


Fig.4 Dependence of critical angular frequency ω_{crit} on droplet volume V .

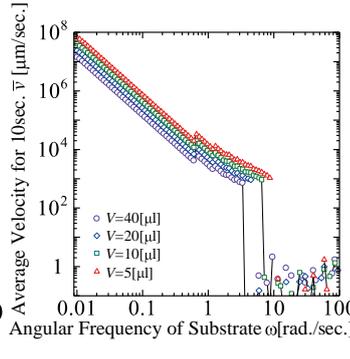


Fig.5 Dependence of average velocity \bar{v} on angular frequency ω .

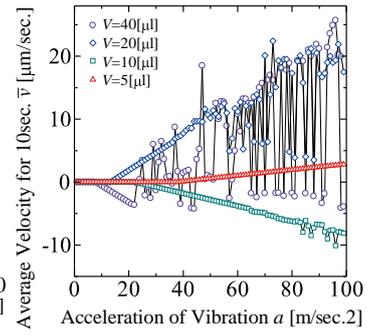


Fig.6 Dependence of average velocity \bar{v} on acceleration of vibration a .

モデルの特徴を表す指標のひとつとして、正弦波状基板振動を与えた際に固液界面が壊れて動き出す振動数を求めた。正弦波状基板振動を与えた際に固液界面が壊れて動き出す振動数を、本稿では臨界角振動数と呼称する。実際の数値計算では各々の体積において振動数を上げていき、保持力が等価静止摩擦力を上回った際の角振動数を臨界角振動数とした。臨界角振動数の体積依存性を Fig.4 に示す。Fig.4 より、臨界角振動数は体積の-0.4302 乗に比例することが分かる。これは固有角振動数が体積の-0.4527 乗に比例することから、液滴重心を表す質点の共振現象が界面の破壊が効果的に作用しているものと考えられる。

4. 等加速度曲線状振動を与えた際の液滴の輸送条件

前項では左右対称振動を与えたが、本項では基板に左右非対称な振動を与えた際の液滴モデルの振る舞いを示す。等加速度となるような2次曲線状の基板変位とし、かつ基板が戻るように逆方向きの加速度も与える。具体的には、2つの加速度を a, b および基板の振動周期 T を与え、加速度を切り替える時間 T_{turn} を

$$T_{turn} = \frac{b}{b-a} T \quad (7)$$

と計算し、振動周期内で交互に加速度 a, b を基板に与える[2]。ここで、加速度を比較する際の指標として臨界加速度を説明する。臨界加速度とは液滴が動き出す際の加速度であり、等価静止摩擦力 $(M+m)\mu g$ と慣性力 ma_{crit} が等しくなる条件から

$$a_{crit} = \frac{M+m}{m} \mu g \quad (8)$$

と表すことができる。

まずは加速度を臨界加速度に固定し角振動数を変化させ、印加開始から10秒間の変位をもとに平均速度を計算した。Fig.5に基板の振動周期から計算した角振動数 $\omega = 2\pi/T$ と平均速度の関係を示す。全体的な傾向では角振動数が高くなるほど平均速度が減少している。これは、振動数が低いときは加速度が連続的に印加され動き続けるが、振動数が高くなると連続的に加速度が印加されなくなり動きが断続的になる為と考えられる。加速度が100[rad./sec.]付近の領域では平均速度がばらつき、カオスと思しき挙動が見られた。揺り戻しの際の基板の動きと、剛体箱の中で振動する質点の動きが合致した際に揺り戻しが大きくなり、このような現象が生じると考えられる。特に、体積が大きい際には等価摩擦係数 μ が減少し質量 m が増加するため、慣性力(体積力)が支配的となり、このような現象が生じやすくなると考えられる。

次に基板の角振動数を液滴の固有角振動数に固定し、加速度を変化させ10秒間の平均速度を計算した。Fig.6に基板の加速度と平均速度の関係を示す。グラフより、体積が大きくなるほど水滴

の動き出す加速度が減少している。これは体積が大きくなるほど等価静止摩擦係数が小さくなるため妥当な振る舞いと考えられる。

並びに、体積が大きくなるほど平均速度のばらつきが激しくなり、意図した方向とは逆方向に進む事象も存在している。これは先ほどと同様に、揺り戻しのタイミングと質点の振動の兼ね合いにより生じているものと考えられる。特に、この数値実験では固有角振動数付近で基板を振動させているため動きのランダムさが大きくなっていると考えられる。

最後に、液滴が動き出す際の加速度の体積依存性を示す。臨界加速度の式(8)を元にプロットされた理論曲線とほぼ一致し、臨界加速度の式(8)は有効であることが分かる。

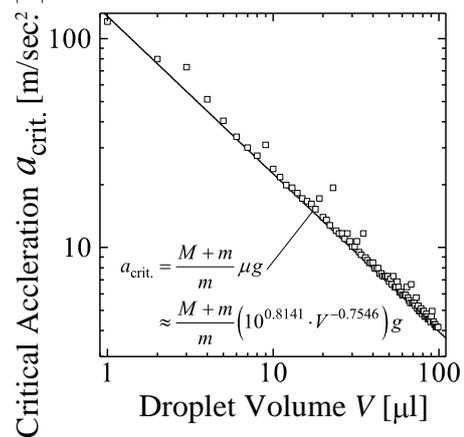


Fig.7 Dependence of critical angular acceleration a_{crit} on droplet volume V .

5. おわりに

基板振動を用いた微小液滴の輸送条件を数値計算により明らかにした。液滴振動の1次モードを取り出したモデルとして、バネ-マス-ダンパを用いたボックスモデルを採用した。

本モデルの解析を総括すると「連続的に臨界加速度をわずかに超える加速度を基板に与える」ことが有効であることが分かる。実際の装置では振動のストロークが有限であるため、基板を斜めにする、あるいは遠心力を加える等、連続的に加速度を与える状況を作り出す必要がある。今後は以上の知見をもとに実際の液滴の挙動を確認し、有効な微小液滴輸送方法を構築していく。

参考文献

- [1] 藤原ら, 2015年精密工学会春季大会論文集, pp.799-800, 2015.
- [2] 児玉ら, 2016年精密工学会春季大会論文集, pp.499-500, 2016.
- [3] Rayleigh, *Proc. R. Soc. Lond.* **29**, 71-97, 1879.
- [4] M. Strani and F. Sabetta, *J. Fluid Mech.* **141**, pp.233-247, 1984.
- [5] <http://www-mmc.es.hokudai.ac.jp/~masakazu/>